



ESEN-CPS-BK-0000000797-ESE

445788

هذا معجم يتضمن بيان بعض كلمات هندسية * وتفسير الفاظ اصطلاحية *
ينتفع به الطلاب * وتكمل به فائدة الكتاب

حرف الالف

اسطوانة

هي جسم قاعدتاها دائرتان متوازيتان وسطحه الظاهر منحني * وارتفاع الاسطوانة هو العمود النازل من مركز القاعدة العليا على مستوى القاعدة السفلى وهذا العمود لا يمر بالمركزين الا اذا كانت الاسطوانة قائمة * ومساحة حجمها تساوي حاصل ضرب ارتفاعها في قاعدتها لان الاسطوانة يمكن ان تعتبر منشورا قاعدته مضلع مركب من عدة اضلاع صغيرة جدا

اسطوانة قائمة

هي ما كان فيها المستقيم الواصل من احد مركزي القاعدتين الى الآخر عمودا على مستوى القاعدتين

اسطوانة مائلة

هي ما كان فيها الخط المستقيم الواصل من احد مركزي القاعدتين الى الآخر مائلا على مستوى القاعدتين

امتداد

هو الفراغ المشغول باجسام محسوسة بالفعل او بالوهم كبيرة كانت او صغيرة * قامتداد البستان مثلا هو المسافة المنحصرة بين حيطانه وامتداد الخوض المسافة التي بين حافته وامتداد الدار كناية عن الفراغ المنحصر بين ارتفاعه وطوله وعرضه

حرف الباء

بسطغرافة

بالباء الفارسية آلة ينقل بها كل نوع من انواع الرسم وان لم يكن للنقل معرفة
بقن الرسم

حرف

بحرف الجيم

جسم

هو ما احتوى على الأبعاد الثلاثة الطول والعرض والعمق

بحرف الخاء

خط

هو ما ليس له الأبعاد واحد وهو الطول * وهو أنواع والاصول منها أربعة
المستقيم والمنكسر والمنحني والمركب

خط افق

هو خط مستقيم يمكن رسمه على الأرض إذا كانت مستوية

خط رأسي

هو خط مستقيم عمودي على الافق

خط شعاعي

هو خط مستقيم واصل من مركز الدائرة الى محيطها

خط قائم

راجع الخط الرأسي

خط مائل

هو خط يتلاقى مع خط آخر ليس عمودا عليه

خط مستدير

هو ما كانت نقطه الموضوعه في مستو واحد على بعد واحد من نقطة الوسط

المسماة مركزا

خط مستقيم

هو اقصر بعد بين نقطتين

خط مماس

هو الذي لا يمس محيط الدائرة الا في نقطة واحدة ولومد الى غير نهاية *

ويكون عمودا على نصف القطر المار بهذه النقطة * وإذا عينت نقطة

على المحيط فانه يمكن رسم خط مماس منها بان تصل نصف القطر بالنقطة المذكورة وتقيم من طرفه عمودا فهذا هو الخط المماس * وبواسطة هذه العملية يمكن عمل مضلع منتظم وذلك بان تعين خمس نقط متساوية البعد عن بعضها على محيط الدائرة وترسم من هذه النقط خمسة خطوط مماسة فتصير هذه الخطوط محيط المضلع المنتظم ذا الخمسة اضلاع الذي ينحصر فيه محيط الدائرة انحصارا كليا

خط منتصب

راجع الخط الرأسى

خط منحني

هو ما ليس مستقيما ولا منكسرا

خط منكسر

هو ما تركب من خطوط مستقيمة متصل بعضها ببعض

خط نصف النهار

ويقال دائرة نصف النهار هو دائرة عظمى ترسم على الكرة وتقسىها قسمين متساويين وقاطعة لخط الاستواء * واحد القسمين يقال له شرقى والاخر غربى خطوط متوازية

هى خطوط مرسومة فى مستو واحد لا يمكن تلاقيها ابدا ولومدت الى غير نهاية * وذلك لان الخطوط المتوازية على ابعاد متساوية لو فرض انها تقاربت من بعضها فى بعض المحال للزم تلاقيها قريبا او بعيدا فاذا لاتكون متوازية واذا اردت ان تأخذ مقدار المسافة التى بين الخطين المتوازيين فافرض نقطة على احدهما وانزل من هذه النقطة عمودا على الخط الاخر فطول هذا العمود هو مقدار المسافة التى بين الخطين المتوازيين

حرف الدال

دائرة

هى سطح مستو ومنتهى بخط منحني جميع نقطه على بعد واحد من نقطة الوسط

المسماة

المسماة مركزا وتطلق ايضا على الخط المذكور الذي هو المحيط

دائرة صغيرة

هي ما كان مركزها غير مركز الكرة

دائرة كبرى

هي ما كان مركزها عين مركز الكرة

حرف الزاى

زاوية

هي انفراج خطين متلاقين في نقطة تسمى رأس الزاوية ويسمى الخطان ضلعي

الزاوية او طرفيها

زاوية حادة

هي التي تحدث من تلاقي خطين مائلين وتكون اصغر من القائمة

زاوية قائمة

هي التي تحدث من تلاقي خطين عمودين على بعضهما

زاوية منفرجة

هي التي تحدث من تلاقي خطين مائلين وتكون اكبر من القائمة

حرف السين

سطح

هو الذي لا يحتوى الا على بعدين فقط وهما الطول والعرض والسطوح انواع

والاصول منها اثنان فقط وهما السطح المستوي والسطح المنحنى

سطح الدائرة

هو المسافة المنحصرة في داخل المحيط

سطح الشكل

هو المستوي المحاط من جميع جهاته بخطوط مستقيمة او منحنية يتكون منها

الشكل المذكور * واذا اردت ان تأخذ مساحة سطح اى شكل كان فضع

عدة مرات على الشكل المذكور سطحا معين لا يتغير فيكون هذا السطح حينئذ

وحدة المقياس وهي كناية عن مربع ضلعه يساوى وحدة الطول المسماة مترا *
 واذا اردت ان تأخذ مساحة سطح شكل متوازي الاضلاع فاضرب ارتفاعه
 في قاعدته * وتقويم مساحة سطح المربع الذى طول ضلعه معين يكون ايضا
 بضرب ارتفاعه في قاعدته المساوية لهذا الارتفاع * ومساحة سطح المثلث
 ايا كان تؤخذ بضرب قاعدته في نصف ارتفاعه فقط وذلك لان المثلث نصف
 متوازي الاضلاع فيكون سطحه مساويا لنصف سطح متوازي الاضلاع *
 و سطح شبيه المنحرف تؤخذ مساحته بضرب ارتفاعه في نصف مجموع قاعدتيه
 المتوازيتين لان شبيه المنحرف ينقسم بواسطة قطره الى مثلثين متكافئى
 الارتفاع مختلفى القاعدة فال امر حينئذ الى اخذ مساحة هذين المثلثين *
 وكيفية اخذ مساحة سطح مضلع غير منتظم ان تقسم هذا المضلع الى
 عدة مثلثات بقدر ما يوجد من الاضلاع الاثنى فبواسطة الاقطار المرسومة
 من رأس واحد الى رؤس غير متجاورة ثم اخذ مقدار ارتفاع المثلثات
 على التوالي وقواعدها تكون مساحتها مساحة المضلع المذكور * واما
 مساحة سطح المضلع المنتظم فهي مساوية لحاصل ضرب محيطه في نصف قطر
 الدائرة الداخلة * وكيفية اخذ مساحة حجم كثير السطوح ان تحاله الى اهرام
 وطريقة ذلك ان تقسمه بمستويات تمر برأس زاوية مجسمة فيتخلل حينئذ
 الى عدة اهرام جزئية بقدر ما فى كثير الاضلاع من الواجهة ما عدا الواجهة
 التى تتكون منها الزاوية المجسمة التى تمرر منها مستويات التقسيم واذا
 كان كثير السطوح منتظما فان الرأس الذى تمر منه مستويات التقسيم
 يكون فى مركز هذا الجسم يعنى فى نقطة الوسط التى تكون على ابعاد متساوية
 من جميع رؤس كثير السطوح فيكون حجم كثير السطوح مساويا لمجموع حجوم
 الاهرام الجزئية وبعبارة اخرى يكون مساويا لمجموع قواعد الاهرام الجزئية
 مضروبة فى ثلث ارتفاعها المشترك

سطح محدب

هو ما لا يمكن ان يتلاقى معه الخط المستقيم الذى يمر بالجسم الا فى

نقطتين

نقطتين * واذا كان كثير السطوح منتظما فان سطحه المحدث يتركب من
تجموع سطوح متساوية ينحصر بينهما الجسم وفي بعض العبارات يتركب من
احدا وجه كثير السطوح المذكور مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد من
الاجه المختلفة

سطح مختلط

هو ما كان بعضه منحنيا وبعضه مستويا * وطريق معرفته ان يمكن تطبيق
مسطرة مستقيمة على احدا جزائه دون الآخر

سطح مستو

هو الذي يمكن ان ينطبق عليه خط مستقيم في سائر اقطاره وامتداده

سطح منحن

هو الذي لا يمكن ان ينطبق عليه خط مستقيم من جميع جهاته

حرف الشين

شاقول

هو خيط باحد طرفيه قطعة رصاص بها يكون مشدودا على الاستقامة

شبه المنحرف

هو ما كان فيه ضلعان متوازيان

شقة كروية

هي جزؤ من سطح الكرة واقع بين نصفي دائرتين كبيرتين متقاطعتين

شكل

هو مستو ومحاط من جميع جهاته بخطوط مستقيمة او منحنية * واقل ما يلزم

في الشكل من الخطوط المستقيمة ثلاثة ويقال لها اضلاع الشكل

حرف الطاء

طوبوغرافية

اسم للتخطيط الصحيح الذي يبين بلدة مخصوصة او خطا مخصوصا ونحو ذلك *

فهى اخص من الجغرافية

فيلسان

هو قطعة مجوفة من الكرة

حرف العين

عمود

هو الخط المستقيم الذي اذا تلاقي مع مثله لا يميل عليه من جهة اكثر من الاخرى
* ثم ان العمود لا يكون رأسيا الا اذا كان موازيا لجهة خط الشاقول *
ولا يكون الخط الرأسى عمودا على الخط الذي يتلاقى معه في سطح مستوي واحد
الا اذا كان هذا الخط الثانى افقيا

حرف القاف

القاسم الاعظم

هو اكبر الاعداد القاسمة المشتركة بين عدة اعداد

قاطع

هو الخط الذي يقطع محيط الدائرة

قطع الدائرة

هو جزؤ من الدائرة واقع بين قوس من محيطها ونصفي قطرين مارين بطرفي تلك
القوس

قطع كروي

هو جسم متولد من دوران قطع يدور حول احد نصفي القطرين او حول قطر
موجود في مستوى القطع دورة كاملة

قطب

هو احد نهايتي المحور الذي يدور عليه جسم كروي

قطر الدائرة

هو المستقيم الذي يقطع الدائرة مارا بمركزها

قطر الشكل

هو المستقيم الذي يصل رأسى زاويتين غير متجاورتين والغرض من اقطار
الاشكال تقسيمها الى عدة مثلثات بقدر ما يوجد من الاقطار وزيادة واحد من
المثلثات

قطر الكرة

هو الخط المستقيم الذي يمر بمركز الكرة وينتهي من طرفيه بمحيطها

قطعة الدائرة

هي السطح المستوي الواقع بين القوس ووتره

قطعة كروية

هي جزؤ حجم الكرة الواقع بين مستويين متوازيين هما قاعدتاها

قطع مشترك

هو نقطة يتقاطع فيها خطان او خط يتقاطع فيه مستويان او سطح يتقاطع فيه

جسمان

قوس

هو قطعة من المحيط منحصرة بين طرفي الوتر

حرف الكاف

كثير الاضلاع المحدب

راجع السطح المحدب

كثير الاضلاع المنتظم

هو ما كانت اضلاعه وزواياه متساوية

الكرة

هي جسم منته بسطح منحن بجميع نقطه على بعد واحد من نقطة الوسط المسماة

مركزا * وحجم الكرة يساوي الحاصل من ضرب ثلث نصف قطرها في سطحها

المحدب

حرف الميم

متر

هو ثلاثة اقدام تقريبا

متساوي الاضلاع

هو كل شكل استقامت اضلاعه وتساوت

متساوي الزوايا

هو كل شكل استقامت اضلاعه وتساوت زواياه

متوازي الاضلاع

هو ما كانت اضلاعه المتقابلة متوازية ومتساوية

مثلث

هو ما ركب من ثلاث زوايا وثلاثة اضلاع

مثلث قائم الزاوية

هو ما كانت احدى زواياه قائمة * ولا يمكن ان تعدد الزوايا القائمة في المثلث

لانه يلزم لتكوين الزاويتين القائمتين ان يكون ضلعان من المثلث عمودين على

الثالث وينتج من ذلك ان هذين العمودين يكونان متوازيين فلا يلاقيان

اصلا فاذن لا تتكون منهما الزاوية الثالثة

محور

هو قطر الكرة التي تدور عليه وطرفاه يسميان بالقطبين

محيط الدائرة

راجع الخط المستدير

محيط الشكل

هو كناية عن مجموع اضلاعه

مخروط

هو هرم قاعدته دائرة وسطحه الجنبية منحن وارتفاعه هو العمود النازل من

رأسه على سطح القاعدة * ومساحة حجم المخروط هي حاصل ضرب ارتفاعه

في ثلث قاعدته لانه يمكن اعتبار المخروط كهرم تكون قاعدته مضلعاً مريكاً

من عدة اضلاع صغيرة جدا

مخروط قائم

هو ما كان العمود النازل من رأسه على سطح قاعدته يمر بمركزها على

التدقيق

مخروط

محروط مائل

هو ما كان العمود النازل من رأسه على سطح قاعدته لا يمر بمركزها

مربع

هو متوازي الاضلاع الذي زواياه قائمة واضلاعه متساوية

مركز

هو نقطة الوسط في كل دائرة او كرة او شكل منتظم

مستطيل

هو ما كانت اضلاعه المتجاورة مختلفة وكانت جميع زواياه قائمة

مستو

راجع السطح المستوي

مضلع

راجع الشكل * واوجز المضلعات على الاطلاق هو المثلث

مضلع غير منتظم

هو الذي لم تتساوا اضلاعه وزواياه

مضلع منتظم

راجع كثير الاضلاع المنتظم

معين

هو ما كانت اضلاعه متساوية ولم تكن احدى زواياه قائمة

منشور

هو ما احيط بسطوح متوازية الاضلاع وكان طرفاه محدودين بشكليين مستقيمي الاضلاع متساويين ومتوازيين * ويسمى منشورا مثلثيا اذا كانت قاعدتاه مثلثين ومتوازي السطوح اذا كانت قاعدتاه شكليين متوازيي الاضلاع ومتساويين ويقال لتوازي السطوح الذي تكون اضلاعه اعمدة على سطحي القاعدتين متوازي المستطيلات وهو جسم محاط بستة اوجه اعني بست مستطيلات متساوية وموازية لبعضها البعض اثنين اثنين

منشور قائم

هو ما كانت اضلاعه اعمدة على قاعدته

منشور مائل

هو ما كانت اضلاعه مائلة على قاعدته * وارتفاعه ايا كان هو البعد الذي بين قاعدتيه المعبر عنه بالعمود النازل من نقطة من احدى قاعدتيه على الاخرى * واشهر المناشير القائمة هو ما كانت جميع اضلاعه متساوية ومتوازية اثنين اثنين وكانت جميع زواياها ذات الوجهين قوائم وهذا المنشور يسمى مكعبا ويكون شكلا منتظما من حيث ان جميع اوجوهه مربعات متساوية وجميع زواياه المجسمة قوائم متساوية

واذا اردت ان تأخذ مساحة حجم المكعب الذي طول احد اضلاعه معلوم فاضرب مربع الرقم الدال على هذا الطول في نفسه او اضرب ارتفاع الجسم في سطح قاعدته * ومساحة حجم المنشور المثلثي هي الحاصل من ضرب ارتفاعه في قاعدته * لان كل منشور مثلثي نصف متوازي السطوح المتحد معه في الارتفاع فيكون حجمه نصف حجم هذا الجسم

منطقة

هي جزء من سطح الكرة محصور بين دائرتين متوازيتين او بين دائرة الاستواء ودائرة موازية لها او القطب * وبعبارة اخرى هي جزء من سطح الكرة واقع بين مستويين متوازيين

حرف النون

نصف القطر

راجع الخط الشعاعي

نقطة

هي التي ليس لها شيء من الابعاد الثلاثة

نقطة التماس

هي ما اشترك فيها المحيط والخط المستقيم المماس له

نقطة

نقطة الغرض

هي احدى النقط المرتبة من جسم يتوجد اليه خط شعاعي بصري

نقطة المرمى

راجع نقطة الغرض

حرف الهاء

هرم

هو جسم ذو قاعدة واحدة ومحاط بثلاث رؤسها مجتمعة في نقطة الرأس *
ومساحة حجم الهرم المثلثي هي حاصل ضرب ارتفاعه في ثلث قاعدته * وذلك
لان الهرم المذكور يعتبر في الهندسة كثلث متوازي السطوح المتكامل معه
في الارتفاع وبعبارة اخرى لانه يمكن تحليل اى شكل متوازي السطوح الى
ثلاثة اهرام مثلثية متحدة في القاعدة والارتفاع * وكيفية اخذ مساحة حجم
اى هرم كان ان تحال هذا الهرم الى عدة اهرام مثلثية بقدر ما يوجد فيه من
الاجه * وطريقة ذلك ان تفوت من رأسه مستويات تقسم قاعدته الى عدة
مثلثات بقدر ما يوجد فيه من الاضلاع

هندسة

هي علم يبحث فيه عن مقدار الامتداد ومساحته

حرف الواو

وتر

هو الخط المستقيم الواصل بين طرفي القوس * وبعبارة اخرى هو خط مرسوم
في الدائرة ومنته الى المحيط من غير مرور بالمركز

* (فهرست كتاب مبادئ الهندسة) *

صفحة

مبادئ الهندسة	٢
المقالة الاولى وفيها عدة فصول	٢
الفصل الاول في اصول علم الهندسة	٣
مسائل اجمالية في الامتداد	٣
خواص الخطوط والسطوح	٣
في المثلثات وتساويها	٤
بيان الخطوط الاعمدة والمائلة	٧
مبحث المتوازيات وتناوبها	١٠
الاشكال الكثيرة الاضلاع وخواصها الاصلية	١٨

* (الفصل الثاني) *

مبحث الخطوط المناسبة وتشابه المثلثات والكثيرة الاضلاع	٢٠
خواص الدائرة	٢٦
خواص الاشكال الكثيرة الاضلاع المنتظمة المرسومة في داخل الدائرة وخارجها والنسبة التقريبية التي بين القطر والمحيط	٢٧
(الفصل الثالث) في سطح كثير الاضلاع وسطح الدائرة	٣٣
(الفصل الرابع) في مقابلة سطوح الاشكال المتشابهة	٣٩
(الفصل الخامس) في دعاوى عملية هندسية متعلقة بالدعاوى النظرية المتقدمة	٤٤
حل الدعاوى العملية بالعمل	٤٤
حل الدعاوى العملية بالحساب	٥٧
دعاوى للحل	٦٣

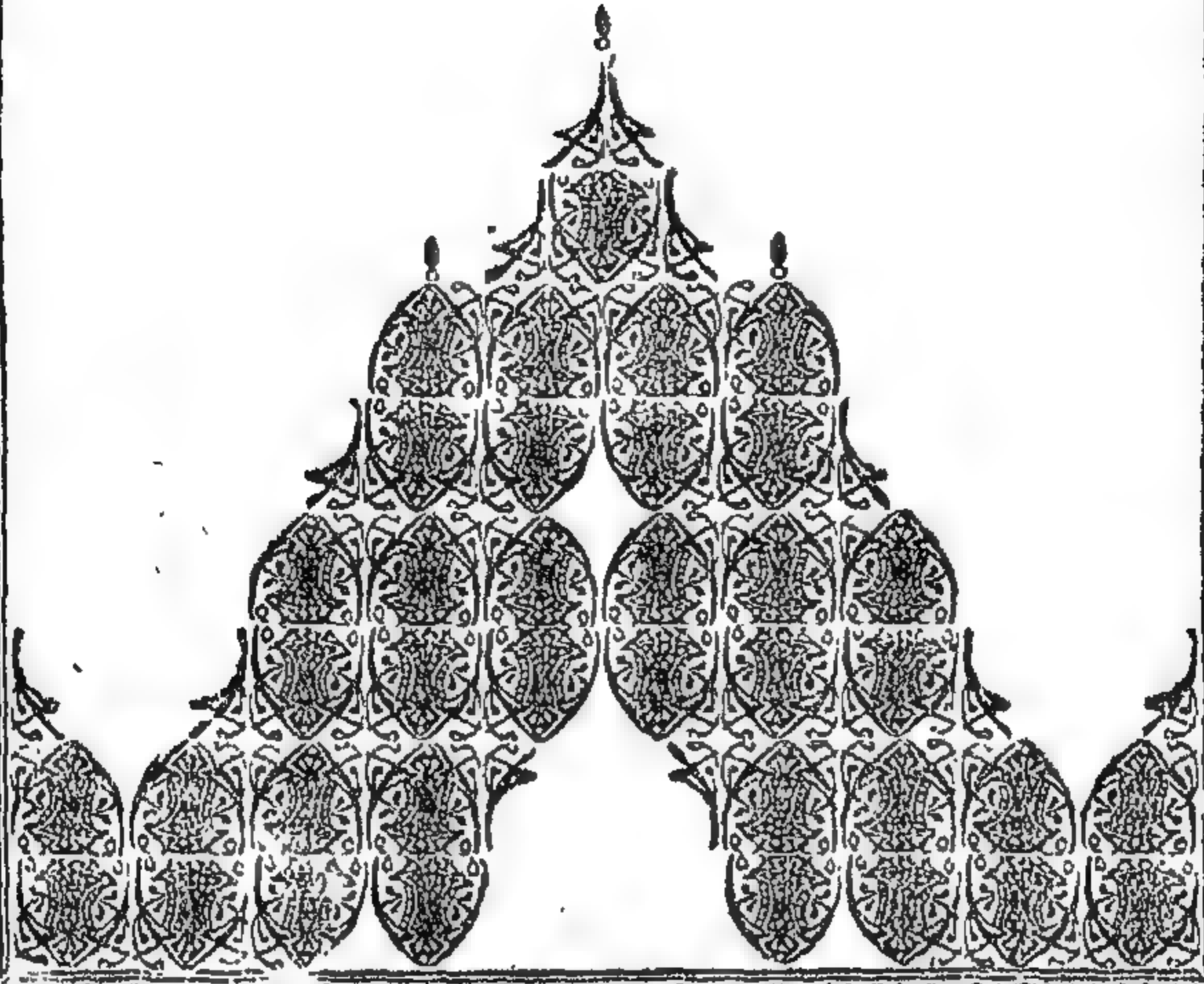
صفحة	
٦٥	المقالة الثانية وفيها عدة فصول
٦٥	(الفصل الاول) في خواص المستويات التي تتلاقى وخواص الخطوط المستقيمة المقطوعة بمستويات متوازية
٧٠	(الفصل الثاني) في الزوايا الكثيرة السطوح ويقال لها المجسمة
٧٣	(الفصل الثالث) في الاجسام المنتهية بعدة مستويات وفي بعض خواصها
٧٥	شروط تساوي ذوات السطوح الثلاثة والمناشير وخاصة القطوع المصنوعة في هذه الاجسام
٧٧	(الفصل الرابع) في مساحة احياز المناشير والاهرام
٨٤	(الفصل الخامس) في تشابه المجسمات
٨٥	(الفصل السادس) في الاجسام المستديرة وخواصها الاصلية
٩٠	(الفصل السابع) في مساحة سطح الاجسام المستديرة
٩٥	(الفصل الثامن) في مساحة حجم الاجسام المستديرة
٩٩	الفصل التاسع في مقابلة الاجسام المستديرة والاجسام المنتظمة وتشابه الاجسام المستديرة
١٠٠	حدود الاجسام المنتظمة
١٠١	ذكر جملة مسائل عملية حلها مبني على جملة من الاصول السابقة
١٠٢	المقالة الثالثة في التسوية
١٠٢	(الفصل الاول) في مباحث نظرية
١٠٦	(الفصل الثاني) في تطبيق الدعوى النظرية السابقة
١٠٦	ميزان المياه
١٠٧	المرى
١٠٨	التسوية البسيطة
١٠٩	اخذ صورة قطع ارض

صنيفة

- ١١٠ اتسوية المركبة
 ١١٢ الرسم بالبلنشيطة
 ١١٤ العمل بالطريقة الاولى
 ١١٧ آلة الانحراف
 ١١٨ العمل بالطريقة الثانية
 ١٢١ اخذ صورة الرسم بالبوصلة
 ١٢٥ اخذ رسم الاماكن بدائرة المساح
 ١٢٧ * (الفصل الثالث) *
 في نبذة مختصرة في بعض طرق رسمية مستعملة في نقل الرسوم ونقلها
 بقياس مختصر

* (تذييل — هـ) *

اعلم ان حروف المقالة الثالثة من هذا الكتاب منها ما هو صغير ومنها ما هو كبير
 والفرق بينهم ما ان ما كان منها على نسق الحروف المصطلح عليها في كتب
 الهندسة فهو الصغير وما كان منها على نسق الحروف الفارسية فهو الكبير
 فالدال الكبيرة مثل صورتها هكذا د والصغيرة صورتها هكذا د والسين
 الكبيرة صورتها هكذا س والصغيرة صورتها هكذا س والباء الكبيرة
 صورتها هكذا ب والباء الصغيرة صورتها هكذا ب والالف الكبيرة
 صورتها هكذا ا والصغيرة صورتها هكذا ا وهلم جرا



مبادئ الهندسة

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله المحيط علمه بجميع الاشياء * المنزه عن اشكال الجسمية بلا امتراء *
المدبر ما كان وما يكون * تعالى عن ان تدركه العيون * فسبحانه لا اله
سواه * ولا معبود الاياه * استمد الكون الوجود من نقطة وجوده *
فاقتصر كل الى منشور كرمه وجوده * واستبدت باستغنائه عن الكائنات *
فعم كرمه جميع الموجودات * والصلاة والسلام على المنتخب من عدنان *
الناسخ دينه لجميع الاديان * محمد المبعوث من خير ارومه * المنتخب
من اكرم جرتومه * قطب مدار العالم ومركزه * من رسمت انواع
الكالات في حيزه * وعلى اله اعمدة الشريعة الغرا * واصحابه اساطين
الناس طرا

وبعد فلما كان ولي النعم الشامله * والعواطف الغزيرة الكامله * صاحب
العزيمات الصديقية * والاراء العمريه * والمراحم العثمانية * والفتكات
العلوية * من هو الى سعة الرجة يوحى * افندينا عباس باشا حلي * شديد
الرغبة في تدوين الايالة المصرية * حريصا على ان يكون فيها المعارف اهلية
* مولعا بما يعود نفعه على الاهالي * بصيرا بما ينفع في الوقت الحالى *
لا سيما تعليم العساكر * العائدة منفعته في الغابر * كان كثيرا الحث على نشر
كتب العلوم * بطبع ما فرغ منها وترجمة ما هو بالعربية معدوم
وهذا مختصر كان قد عربه لمدرسة الطوبجية * وغيرها من المدارس
العسكرية * من تربي له شفاعة خير شافع * حضرة رفاعة بيلك بدوى
رافع * وصار عليه التعليم * وحصل به النفع العميم * ثم طرح في زوايا
الاهمال * وضرب عنه صفحا في هذا المجال * لما ترجم كتاب لوجندر
الشهير * والتفت اليه الصغير والكبير * ثم في سنة ثمان وخمسين *
بعد الالف والمائتين * اقتضى الحال الرغبة فيه * وكثرة راغبيه
وطالبيه * على عادة تغير مزاج الزمان وطبعه * فصدر الامر بنشره
وطبعه * ولما كان فيه من الاصطلاحات القديمة ما تنجبه الاسماع * ولا
يميل اليه سليم الطباع * ومن اللعنات في الترجمة * ما يقع في الخيرة من
اراد تفهمه * اقتضى الحال في سنة سبعين * بعد الالف والمائتين * ان
يطبع بمطبعة مهند سخانه * بعد ان يقابله من خوجاتم الاولو القطانه * وان يصلح
ما وقع فيه من الغاطات * وان يغير منه ما لا يليق من الاصطلاحات *
فاهتم بذلك ناظر هذه المدرسة * التي هي على المعارف مؤسسه * واحال
مقابلته على المتوكل على ربه المعيد المبدى * احد خوجاتم ابرعى افندى *
فشرعن ساعد الجد في مقابلته وتغيير الاصطلاحات * مع مشاركته
في بعض الاوقات لبعض الخوجات * وكان المباشر لتصحيح عباراته *

وتهذيب اشاراته اسير الاوزار * ابراهيم عبد الغفار * اظال الله ايام
 الخديوي صاحب الهمة عليه * ووسع به وبانجاليه دائرة
 المعارف في مصر البهية * بجاه من ركب
 البراق * ورقى الى السبح
 الطباقي

* (مبادئ الهندسة) *

* (المقالة الاولى) *

* (وفيها عدة فصول) *

* (الفصل الاول) *

* (في اصول علم الهندسة) *

* (مسائل ايجالية في الاستداد) *

(١) الفراغ الذي يشغله الجسم له بالضرورة ثلاثة ابعاد هي الطول والعرض والعمق او الارتفاع

ونهايات الجسم سطوح فالسطح ماله طول وعرض فقط

ونهايات السطوح خطوط فالخط ماله بعد واحد وهو الطول

ونهايات الخطوط نقط هندسية فالنقطة ماله ليس له بعد

ومن المعلوم ان هذه النهايات الثلاث المختلفة لا وجود لكل منها على حدته في الخارج وانما تعتبر في الذهن والوهيم فقط ولما كانت البسائط مقدمة على المركبات ذكرنا خواص الخطوط ثم السطوح ثم الاجسام وهذه النهايات الثلاث هي المقصودة من هذا العلم

* (خواص الخطوط والسطوح) *

(٢) الخط المستقيم هو أقصر بعد من نقطة الى اخرى

فحينئذ كل نقطتين مفروضتين لا يمكن ان يمتد بينهما الا خط واحد مستقيم

(٣) كل خط ليس مستقيماً ولا مركباً من الخطوط المستقيمة فهو خط

منحن

والخط المستقيم منفرد في نوعه بخلاف الخط المنحنى فانه لانه لانه لا نهاية لانواعه

(٤) السطح المستوي هو الذي يمكن ان ينطبق عليه خط مستقيم في اي

جهة من جهاته

نخطوط الاشكال المتعلقة بهذا الكتاب موضوعة على سطوح مستوية

(٥) كل سطح ليس مستوياً ولا مركباً من سطوح مستوية فهو سطح منحن

والسطح

والسطح المستوي منفرد ايضا في نوعه واما السطوح المنحنية فهي ذوات
انواع لانهاية لها

(٦) الخط المستدير المسمى ايضا محيط الدائرة كما في (شكل ١) هو ما كانت
نقطه الموضوعه في سطح واحد على بعد واحد من نقطة الوسط المسماة مركزا
وهذا الخط المستدير هو اسهل الخطوط المنحنية وهو المعتبر في مبادئ
الهندسة دون غيره

(٧) خواص الخطوط المستقيمة الصادرة عن وضع كل منها بالنسبة الى ما عداها
من المعلوم ان الخط المستقيم لا يمكن ان يتلاقى مع مستقيم آخر
الا في نقطة واحدة

(٨) الزاوية هي الانفراج الذي بين خطين مستقيمين متلاقين يتوهم
امتدادهما كما يراد فالخطان $س ا$ و $س ب$ المستقيمان كما في (شكل ٢)
هما ضلعا الزاوية $ا س ب$ ونقطة $س$ هي رأسها

(٩) الزاويتان المتساويتان هما اللتان اذا وضعت احدهما على الاخرى
انطبقت عليهما انطباقا كاملا

(١٠) اذا وضع خطان مستقيمان كالخطين $ا ب$ و $س د$ بحيث
يحدث عنهما زاويتان متجاورتان متساويتان كالزاويتين $ا س د$ و $س ب د$
كما في (شكل ٣) كان كل من هاتين الزاويتين زاوية قائمة وكان خط $س د$
عمودا على $ا ب$ وكان $ا ب$ عمودا على $س د$ ومن ذلك يعلم ان سائر
الزوايا القائمة متساوية لان المسافة الواحدة التي هي مثل $ا د$ لا يمكن
قسمتها الى قسمين متساويين بمستقيم $س د$ الا بكونه عمودا على $ا ب$

(١١) كل زاوية اصغر من القائمة فهي حادة مثالها زاوية $ف ح س$ وكل
زاوية اكبر من القائمة فهي منفرجة مثالها زاوية $س ح س$ انظر (شكل ٤)

(١٢) كل مستقيم يلاقى مستقيما آخر فانه يحدث عنهما زاويتان متجاورتان
مجموعهما يساوي زاويتين قائمتين

فن المعلوم ان الزاويتين $س ح س$ و $س د ح$ المتجاورتين كما في (شكل ٥)

مجموعهما مساو لزاويتين قائمتين فعلى ذلك اذا كانت احدهما قائمة كانت
ال اخرى بالضرورة كذلك اى قائمة وكان كل من الخطين اللذين حدث عنهما
هاتان الزاويتان عمودا على الاخرى

(١٣) سائر الزوايا $\angle د و د س و د س$ المتتالية الكائنة
فى جهة واحدة على المستقيم $اس$ كما فى (شكل ٦) مجموعها يساوى زاويتين
قائمتين

(١٤) اذا تقاطع خطان مستقيمان كما فى (شكل ٧) فالزاويتان المتقابلتان
برأسيهما تكونان متساويتين

وذلك ان مجموع الزاويتين $\angle اس د و اس س$ المتجاورتين يساوى زاويتين
قائمتين كما تقدم فى بند (١٢) وكذا مجموع الزاويتين $\angle اس د و د س س$
يساوى زاويتين قائمتين فاذا طرح من كل من المجموعين الزاوية $\angle اس د$
المشتركة بقيت الزاوية $\angle اس س$ مساوية لمقابلتها التى هى $\angle د س س$ وهو
المطلوب وبمثل ذلك يبرهن على ان الزاوية $\angle اس د = د س س$
(١٥) فينتج من هذا ان جميع الزوايا التى يمكن رسمها حول نقطة تساوى
اربع زوايا قائمة

* (فى المثلثات ونسائرها) *

(١٦) اقل ما يلزم لتحديد المسافة ثلاثة مستقيمات وفى هذه الحالة
تسمى هذه المسافة مثلثا مثاله المثلث $اس س$ كما فى (شكل ٨) وخطوط
 $اس و اس س و س س$ هى اضلاع ذلك المثلث

(١٧) يتساوى المثلثان اذا كان فى كل منهما زاوية مساوية لزاوية من الاخرى
ومنحصرة بين ضلعين مساويين كل منهما لتظيره من الاخرى فاذا فرض

$\angle ا = ا و ا ب = ا ب و اس س = اس س$ يقال كما فى (شكل ٨) ان
مثلثى $اس س و اس س$ يمكن وضع احدهما على الاخر بحيث ينطبق عليه
انطباقا كاملا لئلا نضعنا $اس$ على مساويه الذى هو $اس$ فان ضلع

$اس س$

أَسَّ يقع على مساويه الذي هو أَسَّ بسبب المساواة التي بين الزاويتين أ و ا
ومن حيث ان النقطة سَ تقع على النقطة سَ والنقطة تَ على ر ينطبق
سَ بالكلية على سَ فاذن تكون الاضلاع مساوية للاضلاع
والزوايا بالزوايا فالمثلثان يكونان متساويين

فينتج من ذلك $\angle سَ = \angle سَ$ و $\angle ر = \angle ر$ و $\angle سَ = \angle سَ$
(١٨) يتساوى المثلثان اذا كان في احدهما ضلع مساو لنظيره من الآخر
وكانت كلتا الزاويتين المجاورتين لكل من الضلعين مساوية لنظيرتهما
فاذا كان $\angle ا = \angle ا$ و $\angle ر = \angle ر$ و $\angle آ = \angle آ$ يكون المثلث
 $\angle آ = \angle آ$ المثلث ا-ر-س

برهان ذلك ان نضع آَ على الضلع المساوي له ا-ر فبسبب تساوى
الزاويتين ا و ا يقع الضلع آَـر على استقامة ا-ر وتقع النقطة
سَ في محل يكون في تلك الاستقامة وكذلك من حيث ان
 $\angle ر = \angle ر$ يقع الضلع ر-سَ على استقامة ر-سَ فاذن تنطبق النقطة
سَ على النقطة سَ فينبغي ان يكون المثلثان متساويين

وينتج من هذا ان $\angle سَ = \angle سَ$ و $\angle آ = \angle آ$ و $\angle ا = \angle ا$ و $\angle ر = \angle ر$
(١٩) كل ضلع من اضلاع المثلث اصغر من مجموع الضلعين الآخرين
وذلك ان الخط ا-سَ المستقيم مثلاً هو اقصر بعد من النقطة ا الى النقطة
سَ فاذن يكون ا-سَ اصغر من ا-ر + ر-سَ

(٢٠) النقطة و المفروضة في داخل المثلث ا-ر-سَ كما في (شكل ٩)
اذا اخرج منها الى طرفي الضلع ا-ر مستقيمان او و ر-و كان مجموع
هذين المستقيمين اصغر من مجموع الضلعين الآخرين ا-سَ و ر-سَ
وذلك انك اذا مددت او الى د وجدت في المثلث و-د-ر ان و-د
 $> و-ر + د-ر$ فاذا اضفت الى كل من هذين المقدارين المستقيمين او

يكون

او + و > ا و + و + د + ب او او + و > ا + د + د
وكذلك يكون ا + د > ا + د + د فاذا اضفت الى كل من هذين المقدارين
المستقيم د كان ا + د + د > ا + د + د + د
لكن حيث ثبت فيما تقدم ان او + و > ا + د + د يكون بالاولى
او + و > ا + د + د + د

(٢١) اذا ساوى ضلعان من احد مثلثين ضلعين من الآخر وكانت
الزاوية التي بين الضلعين من احدهما اصغر من نظيرتها التي بين الضلعين من
المثلث الاخر كان الضلع الثالث المقابل للزاوية الصغرى اصغر من الضلع
الثالث المقابل للزاوية الكبرى

فاذا كان ا = ا و ا = ا و ا = ا و ا اصغر من ا يكون
ب اصغر من ب كما في (شكل ١٠)

وهذه الدعوى تسكاد ان تكون واضحة بنفسها لانا اذا توهمنا ان الضلعين
ا و ا باقيا على عظمهما الاصل في حالة كون الضلع الثالث
ب يتزايد او يتناقص دائما ووجب ان الزاوية ا المقابلة له تتزايد
او تتناقص بحسبه ويمكن البرهنة على هذه الدعوى بوجه دقيق

وذلك ان تضع المثلث ا ب على المثلث ا ب بحيث ان ا ب
يتطبق على ا ب ويمكن ان يحدث من ذلك ثلاثة احوال وذلك لان نقطة
ب اما ان تقع داخل المثلث ا ب او على الضلع ب ب او خارج
المثلث ا ب

ففي الحالة الاولى اي اذا وقعت النقطة ب داخل المثلث ا ب كما في
(شكل ١٠) في نقطة تفترضها ب يكون ا ب + ب > ا ب +
ب فاذا طرحنا من الطرفين الاول ا ب او مساويه ا ب ومن الطرفين

الاخر

الآخر مساوية $\hat{A} = \hat{B}$ أو $\hat{B} > \hat{A}$

وفي الحالة الثانية أي إذا وقعت النقطة B على الضلع AC في نقطة نفرضها D كما في (الشكل ١٠) يكون $\hat{A} = \hat{B}$ أو مساوية $\hat{B} < \hat{A}$ أصغر من \hat{A}

وفي الحالة الثالثة أي إذا وقعت النقطة B خارجاً في نقطة نفرضها E يكون $\hat{A} > \hat{B} + \hat{C}$ أو $\hat{A} < \hat{B} + \hat{C}$ أو $\hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$ فإذا جمعنا هاتين المتباينتين كل طرف إلى نظيره وجدنا $\hat{A} + \hat{A} > \hat{B} + \hat{C} + \hat{A}$

فإذا طرحنا \hat{A} من طرف ومساوية $\hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$ من الطرف الآخر يبقى $\hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$ أو مساوية $\hat{A} > \hat{B} + \hat{C}$ وهو المطلوب (٢٢) إذا ساوت اضلاع مثلث اضلاع مثلث آخر كل لنظيره كان المثلثان متساويين

وذلك أن ثلاثة اضلاع المثلث ABC مساوية لثلاثة اضلاع المثلث DEF $\hat{A} = \hat{D}$ كل لنظيره كما في (شكل ٨) فيجب أن تكون الزاوية A مساوية للزاوية D لأن الزاوية A لو كانت أكبر من الزاوية D أو أصغر منها لكان B أكبر من E أو أصغر منه انظر بند (٢١) لكن هذان الضلعان متساويان فاذن تكون الزاوية A مساوية للزاوية D وبمثل هذا يبرهن على أن الزاوية B مساوية $\hat{B} = \hat{E}$ و $\hat{C} = \hat{F}$

وينتج من هذا أن الزوايا المتساوية تكون مقابلة لاضلاع متساوية وبالعكس
* (بيان الخطوط الأعمدة والمسائله) *

(٢٣) من اليقينيّات أنه لا يمكن أن يقام من نقطة على مستقيم العمود واحد على ذلك المستقيم انظر (شكل ٣)

فإذا فرضنا أن B يصنع مع A زاويتين متجاورتين متساويتين

اسه و د سه - كان المستقيم سه د عمودا على المستقيم اسه
كفا في بند (١٠)

واما الخط سه د وما اشبهه من الخطوط التي لم تكن اعمدة على المستقيم اسه
فانها تسمى خطوطا مائلة انظر (شكل ٧)

(٢٤) (شكل ١١) اذا فرضنا نقطة خارج مستقيم ورسمنا منها عمودا
وعدة مستقيمت مائلة على هذا الخط نشأ من ذلك ثلاث حالات

الاولى ان العمود يكون اقصر من كل مستقيم مائل والثانية ان المستقيمت
المائلة البعيدة عن موقع ذلك العمود يبعد واحد تكون متساوية والثالثة ان
المستقيمين المائلين المتباينين في الطول يكون ابعدهما عن موقع ذلك العمود
هو اطولهما

وذلك انك اذا مدت اسه الذي هو عمود على د سه على استقامته
واخذت مقدارا سه ف = اسه ووصلت المستقيمين سه ف و د سه
فان المثلث سه سه ف يساوي المثلث اسه سه لان في احدهما ضلعين
وزاوية بينهما يساوي كل منها نظيره من الاخر كما في بند (١٧) لكون سه سه
مشاركين المثلثين و سه ف = اسه بالعمل والزاويتين اللتين في النقطة سه
قائمتين بالفرض فيكون سه ف = اسه لكن من حيث ان الخط اسه ف
مستقيم يلزم ان يكون اسه ف > اسه سه ف فيكون الخط اسه ف
الذي هو نصف الخط اسه ف اقصر من اسه الذي هو نصف الخط اسه ف
المنكسر فينبذ يكون العمود اسه اقصر من كل من الخطين اسه و اد
المائلين وهو المطلوب

ثم ليكن الآن سه سه = سه سه فيقال ان المثلث اسه سه يساوي
المثلث اسه سه انظر بند (١٧) فينبذ يكون اسه سه = اسه فاذن
الخطان المائلان البعيدان يبعدا واحدا عن النقطة سه التي هي موقع
العمود اسه يكونان متساويين

والخط اد سه المنكسر في المثلث اسه ف يكون اقصر من الخط اسه ف

المنكسر

المنكسر انظر بند (٢٠) فينثذ يكون $ا د$ الذي هو نصف الاول اقصر من $ا س$ الذي هو نصف الثاني فاذن الخطان المائلان المتباينان اطولهما هو ابعدهما عن موقع العمود

ولما كان العمود اقصر من كل خط مائل كان مقياسا للمسافة الحقيقية التي بين نقطة وخط مستقيم

(٢٥) ينتج مما سبق عدة نتائج

الاولى انه لا يمكن ان ينزل من نقطة مفروضة خارج خط مستقيم الاعمود واحد على ذلك الخط المستقيم

الثانية انه لا يمكن ان يرسم من نقطة واحدة على خط مستقيم ثلاثة خطوط مستقيمة متساوية

الثالثة ان كل مثلثين قائمي الزاوية اذا كان في كل منهما غير الزاوية القائمة ضلعان مساويان لنظيريهما من الآخر او كان في كل منهما غير القائمة زاوية مساوية لنظيرتهما من الآخر وضلع مساو لنظيره منه فالمثلثان متساويان

الرابعة اذا كان المستقيم $س د$ عمودا على منتصف مستقيم آخر مثل $ا ب$ كما في (شكل ١٢) فكل نقطة مثل $و$ من $س د$ تكون على بعد واحد من طرفي $ا ب$

الخامسة كل نقطة مثل $ع$ موضوعة خارج عمود $س د$ تكون متباينة البعد من طرفي الخط $ا ب$ كما في الشكل المذكور وذلك لان النقطة $و$ على بعد واحد من طرفي الخط $ا ب$ فيكون $ا و = و ب$ وحيث ان الضلع $س ع$ من المثلث $س و ب$ اصغر من $و ب$ ينتج ان $س ع > و ب$ او فاذن يكون $س ع > ا ع$

(٢٦) اذا كان في المثلث ضلعان متساويان فالزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين تكونان متساويتين

مثال ذلك $ا و = و ب$ كما في الشكل المذكور فاذا انزلنا من النقطة $و$ عمودا $و س$ على $ا ب$ لزم ان يكون $ا س = س ب$ فينثذ يكون

مثلاً a و b و c متساويين لان اضلاعهما الثلاثة المتناظرة متساوية اولاً في كل منهما ضلعين وزاوية بينهما مساوي كل منها نظيره من الآخر فاذن تكون الزاوية $a =$ الزاوية b و a

وكذلك اذا كانت الزاويتان a و b متساويتين فالضلعان b و a والمقابلان لهاتين الزاويتين يكونان متساويين

(٢٧) اذا كان في المثلث ضلعان غير متساويين فالزاوية الكبرى هي التي تقابل الضلع الاكبر

مثال ذلك $a < b$ c فاذا القنا b و c كما في (شكل ١٢) عموداً على منتصف a ورسمنا b و c حدث زاويتان b و c متساويتان لكن الزاوية b اكبر من الزاوية c فاذن الزاوية b المقابلة للضلع a الاكبر تكون اكبر من الزاوية c المقابلة للضلع c الاصغر وعكس هذه القضية النظرية ايضا صحيح وهو ان اصغر الاضلاع هو المقابل لاصغر الزوايا

وينتج من هذا انه متى كانت ثلاثة اضلاع المثلث متساوية فان زواياه الثلاثة تكون متساوية ايضا وبالعكس

(مبحث المتوازيات ونتائجها)

(٢٨) الخطان المتوازيان هما مستقيمان موضوعان في مستو واحد اذا مدا لا يتلاقيان ابداً فالخطان a و b المستقيمان العمودان على الخط a كما في (شكل ١٣) متوازيان بمقتضى التعريف

ومن الاصول المسئلة ان الخط المستقيم العمود على خط آخر يمكن ان يتلاقى مع كل خط مائل على ذلك الاخر فاذا مددنا مثلاً الخط b المائل مدداً كافياً فانه يتلاقى ضرورة مع الخط a الذي هو عمود على الخط a ومن حيث ان هذه القضية تكاد ان تكون واضحة بنفسها تعسرت البرهنة عليها بدليل هندسي فلهذا صار مبحث المتوازيات ناقصاً غير شاف

(٢٩) اذا قطع خطان متوازيان بخط ثالث مستقيم فمجموع الزاويتين

الداخلتين

الداخلتين في جهة واحدة يساوي زاويتين قائمتين
 وذلك انا اذا انزلنا من النقطة م التي هي منتصف المستقيم حـ شـ عمودا
 م ك على الخط ا ب كافي (شكل ١٤) كان هذا العمود عمودا ايضا
 على سـ د انظر بند (٢٨) وكان المثلثان م ك حـ و م لـ شـ قائما
 الزاوية في ك و لـ متساويين لان الضلعين حـ م و م شـ متساويان
 بالعمل وكذلك الزاويتان م ك حـ و م لـ متساويتان لانهما متقابلتان
 برأسيهما انظر بند (١٤) فاذن تكون الزاوية ك حـ م = م شـ لـ
 وحيث ان مجموع الزاويتين م شـ لـ و م شـ د يساوي قائمتين وان
 م شـ لـ يساوي م حـ لـ يكون مجموع الزاويتين م حـ لـ و م شـ د
 الداخلتين في جهة واحدة مساويان زاويتين قائمتين

ولاجل الاختصار تسمى الزاويتان ا حـ عـ و سـ شـ عـ المتساويتان
 الكائنتان في جهة واحدة من القاطع عـ فـ بالداخل والخارجة على
 التقابل او بالمتقابلتين بالدخول والخروج

وتسمى ك حـ م و م شـ لـ المتساويتان الكائنتان في كل من جهتي
 القاطع عـ فـ وبين المتوازيين ا ب و جـ د بالمتبادلتين بالدخول
 وتسمى ف حـ ك و عـ شـ لـ المتساويتان الكائنتان في جهتي الخط
 القاطع وخارج المتوازيين بالمتبادلتين بالخروج

ويظهر من هذا الشكل ان جميع زوايا الحادة متساوية وكذلك المنفرجة

(٣٠) الخطان المستقيمان الموازيان لثالث يكونان متوازيين

مثال ذلك الخطان ا سـ و حـ شـ الموازيان للخط دـ كافي (شكل ١٣)
 فاذا فرضنا نقطة مثل حـ واقنا منها على مستقيم دـ عمودا حـ دـ
 كان هذا العمود عمودا ايضا على ا سـ و حـ شـ فحينئذ هذان المستقيمان
 يكونان عمودين على خط واحد فاذن هما متوازيان انظر بند (٢٨)

(٣١) الخطان المتوازيان يكون بعد احدهما عن الآخر واحدا من كل محل
 فاذا رسمنا بين المتوازيين ا ب و سـ د من اي محل عمودين ا سـ و دـ

على المستقيم $ا-ب$ كما في (شكل ١٥) كان هذان العمودان متساويين وذلك لان المثلثين $ا-س-د$ و $س-د-ب$ متساويان لان في كل منهما زاويتين وضلعاً بينهما مساوياً كل منها لنظيره من الآخر فان $س-د$ مشترك بين المثلثين والزائيتين $س-ب-ا$ و $س-د-ب$ المتبادلتين بالدخول متساويتان وبمثل ذلك يبرهن على التساوي بين الزائيتين $ا-س-د$ و $س-د-ب$ فاذن يكون $ا-س = س-د$

ويؤخذ من هذان اجزاء المتوازيات المحصورة بين متوازيات اخرى تكون متساوية وبالعكس

(٣٢) كل زاويتين اتجهتا الى جهة واحدة وكانت اضلاعهما المتناظرة متوازية وموضوعة على جهة واحدة فانهما تكونان متساويتين

مثال ذلك $د-ف$ الموازي $ا-ب$ و $د-ع$ الموازي $ا-س$ كما في (شكل ١٦) فاذا مددنا $د-ع$ الى نقطة مثل $ح$ يقال من حيث ان المستقيم $د-ع$ قاطع للمتوازيين $ا-ب$ و $د-ف$ فالزاويتان $د-ف-ع$ و $د-ع-ح$ المتقابلتان بالدخول والخروج تكونان متساويتين وكذا يقال من حيث ان المستقيم $ا-ب$ قاطع للمتوازيين $ا-س$ و $د-ع$ فالزاويتان $ا-د-ع$ و $ا-د-س$ تكونان متساويتين فاذن تكون الزاوية $ا = د$.

* (الكلام على الخطوط المستقيمة المتعلقة بالدائرة وعلى قياس الزوايا) *

(٣٣) نصف قطر الدائرة كل خط مستقيم خرج من مركز الدائرة الى محيطها مثاله الخط $س-ا$ كما في (شكل ١٧)

ومن المعلوم ان الخط المستقيم لا يمكن ان يتلاقى مع محيط الدائرة في اكثر من نقطتين

والقوس جزء من المحيط مثاله $ا-د$ والوتر هو المستقيم الواصل من احدى نهايتي القوس الى الاخرى مثاله $ا-د$

والقطر هو الوتر الذي يمر بالمركز وينتهى من طرفيه بالمحيط مثاله $ا-ع$ والقاطع كل خط قطع محيط الدائرة في نقطتين مثاله $م-ن$

وقطعة الدائرة هي السطح الواقع بين القوس ووتره مثالها $ا د ا$
والقطع جزء من سطح الدائرة محصور بين القوس ونصف القطر المنتهين بطرفي
هذا القوس مثاله $ا ب س ا$

والمماس هو المستقيم المماس للمحيط في نقطة واحدة مثاله المستقيم $ط ن$
وهذه النقطة تسمى نقطة التماس

والزاوية المحيطية زاوية حادثة من وترين ورأسها في المحيط مثالها الزاوية $س$
(٣٤) الأقواس المتساوية في الدائرة الواحدة أو في الدوائر المتساوية هي
التي أوتارها متساوية وبالعكس

فإذا كان القوس $ا م ب$ مساويا للقوس $د ه ع$ فإن الوتر $ا ب =$
الوتر $د ه$ كافي (شكل ١٨) وذلك لأن القوس $ا م ب$ يمكن ان ينطبق
بالكلية على القوس $د ه ع$ بسبب تساويهما واتحاد المحناتهما فاذن
النقطتان $ا و ب$ تقعان على نظيرتيهما $د ه و$ فيكون بالضرورة
 $ا ب = د ه$

وكذلك اذا كان الوتران $ا ب و د ه$ متساويين فالقوسان $ا م ب$
 $و د ه ع$ الموتران بهما يكونان متساويين لان من المعام ان المثلثين
 $ا س ب و د س ه$ اضلاعهم متساوية كل لنظيره فتكون الزاويتان
 $ا س ب و د س ه$ متساويتين فاذن القوسان $ا م ب و د ه ع$
يكونان ايضا متساويين

(٣٥) اعظم الاقواس الاقل من نصف المحيط ما كان موتر ابا عظم الاوتار
وبالعكس فاذا فرض ان القوس $ا ب د$ من القوس $ا م ب$ يقال ان
في كل من المثلثين $ا س ب و ا س د$ ضلعين مساويين لنظيريهما من الآخر
لكون الخطوط $ا س و س د و س ب$ المستقيمة انصاف اقطار الدائرة
واحدة ليكن الزاوية $ا س ب$ اصغر من الزاوية $ا س د$ فاذن يكون
 $ا ب > ا د$ من ا د كافي بند (٢١)

وكذا اذا فرض ان الوتر $ا د < ا ب$ من الوتر $ا ب$ فانه ينتج من نفس هذين

المثلثين ان الزاوية \angle ا ب ه \angle من الزاوية ا س ه -
(٣٦) العمود المقام على طرف نصف قطر دائرة يكون خطا مماسا
لمحيط هذه الدائرة

فاذا فرض ان ا س هو العمود على نصف القطر ا س ه كما في (شكل ١٩)
يقال ان كل خط مائل مثل س ه اطول من نصف القطر المذكور كما في
بند (٢٤) فبقتضى ذلك تكون النقطة ه خارج الدائرة فاذن الخط ا س
لا يجتمع مع المحيط الا في النقطة ا - فحينئذ يكون ا س خطا مماسا كما في
بند (٣٣)

ومن هنا ينتج ان كل دائرتين متماستين من داخل او من خارج تكون نقطة
تماسهما ونقطتهما مركزيهما على خط مستقيم واحد كما في (شكل ٢٠)
(٣٧) اذا كان نصف القطر عمودا على وتر فانه يمر بمتوسط ذلك الوتر
وبمنتصف قوسه وبيان ذلك ان يقال

اولا من حيث ان نصفي القطر ا س ه و س ه خطان مائلان متساويان
يلزم ان يكونا على بعد واحد من العمود س ه د كما في (شكل ٢١) فاذن
 $ا د = ه د$

وثانيا من حيث ان العمود س ه د مار بمتوسط ا ه فالنقطة د التي
على هذا العمود تكون على بعد واحد من ا و ه فاذن الوتر ا د ه
الوتر د ه بحيث ان هذين الوترين متساويان يكون القوسان ا د و د ه
ايضا متساويين كما في بند (٣٤)

ومن هنا ينتج ان النقطة س ه التي هي المركز والنقطة د التي هي
منتصف الوتر ا ه والنقطة د التي هي منتصف القوس ا د ه تكون
ثلاثها واقعة على الخط المستقيم

ومنه ينتج ايضا ان القوسين س ه م و ا ه الواقعين بين الخطين المتوازيين
يكونان متساويين انظر (شكل ١٧)

وذلك لان $س ه = ر ا$ و $م ر = ر د$ فينتج من ذلك ان

$$ع - ر = م - ر = ر - ا - ر - د \text{ او } ع - م = ا - د$$

(٣٨) اذا كانت النسبة الكائنة بين زاويتين مركبتين في دائرة واحدة او في دائرتين متساويتين عددا صحيحا تكون النسبة بين قوسيهما كالنسبة بين هذين العددين

فاذا فرض ان النسبة بين الزاويتين $ا - س - ر$ و $ا - س - ع$ على نسبة صحيحة كنسبة $٣ : ٥$ مثلاى فرض ان الزاوية $م$ المفروضة مقياسا مشتركا داخله ثلاث مرات في الزاوية $ا - س - ر$ وخمس مرات في الزاوية $ا - س - ع$ يقال حيث ان الزوايا الجزئية متساوية تكون اقواسها المتناظرة $ا - خ$ و $ض - ح$... $ا - خ$ و $آ - ح$ و $ض - ح$... $ا - خ$ متساوية ايضا فاذن ثبت ان نسبة القوس $ا - ب$ بتسامه الى القوس $آ - ب$ بتسامه كنسبة $٣ : ٥$

وعكس هذه القضية ايضا صحيح اى اذا كانت النسبة بين القوسين $ا - ب$ و $آ - ب$ عددا صحيحا تكون النسبة بين الزاويتين المركبتين $س - ر$ و $س - ع$ كذلك واذا فرض ان الزاويتين $ا - س - ر$ و $ا - س - ع$ على غير نسبة صحيحة فالنسبة بينهما كالنسبة بين قوسيهما $ا - ب$ و $آ - ب$ كما في (شكل ٢٣)

فلنضع الزاوية $ا - س - ر$ الصغرى على الزاوية $ا - س - ع$ الكبرى بحيث تكون الزاوية $ا - س - ر = ا - س - ع$ فبمقتضى منطوق الدعوى تتركب متناسبة هكذا الزاوية $ا - س - ر$: الزاوية $ا - س - ع$:: القوس $ا - ب$: القوس $آ - ب$ فلو فرضنا ان هذه المتناسبة غير صحيحة وان حقه ان تكون هكذا

الزاوية $ا - س - ر$: الزاوية $ا - س - ع$:: القوس $ا - ب$: القوس $او$ ثم فرضنا تقسيم $ا - ب$ الى اقسام متساوية كل واحد منها اصغر من $ر$ و فانه يوجد ضرورة بين $ر$ و نقطة احد التقاسيم ولتكن $ع$ فنصل

بين ع و س فيكون تناسب هكذا
 الزاوية اسم - : الزاوية اسم ع :: القوس ا - : القوس ا ع
 فبسبب تساوي هذه المقدمات في هذه المناسبة وفي التي قبلها ينتج ان
 نسبة الزاوية اسم - : الزاوية اسم ع :: القوس ا و : القوس ا ع
 لكن القوس ا و اكبر من ا ع فيلزم لصحة هذه المناسبة الاخير ان تكون
 الزاوية اسم - اكبر من الزاوية اسم ع والحال انها اصغر منها فاذن
 لا يمكن ان تكون نسبة الزاوية اسم - للزاوية اسم - كنسبة
 القوس ا - لقوس اكبر من القوس ا - او ا -

وبمثل هذا الوجه يبرهن ايضا على ان الطرف الرابع من المناسبة لا يمكن
 ان يكون اصغر من ا - فاذن هو مساو له فاذن تكون المناسبة دائما هكذا
 الزاوية اسم - : الزاوية اسم - :: القوس ا - : القوس ا -
 وحيث ان الزاوية التي في مركز الدائرة وقوسها الذي بين ضلعيها يزيدان
 وينقصان على نسبة واحدة فلنا ان نأخذ كل من هذين المقدارين مقياسا
 للآخر وهذا احد الاسباب التي حلت المهندسين على اخذ القوس ا - مثلا
 مقياسا للزاوية اسم - مع ان الاوفق طبعاً قياس مقدار ربع مقدار آخر من
 نوعه ثم من المعلوم انه اذا كان القوس ا - ربع محيط دائرة تكون الزاوية
 قائمة

(٣٩) ينتج مما سبق ان القطعين الكائنين في دائرة واحدة او في الدوائر
 المتساوية تكون نسبتها كنسبة قوسيهما
 فحينئذ لا قواس المستعملة لقياس الزوايا يمكن ان تستعمل ايضا لقياس
 قطوع الدائرة الواحدة

(٤٠) كل زاوية مرسومة في المحيط اي حادثة من وترين
 فان مقياسها هو نصف القوس الواقع بين ضلعيها فلنفرض ان احد ضلعي

الزاوية

الزاوية \angle $ا س ب$ هو قطر الدائرة الذي هو \angle $س$ ثم نرسم من المركز $و$ مستقيماً $ف$ موازياً للخط $ا س ب$

فالزاوية \angle $ف و ب$ التي رأسها في المركز مساوية للزاوية \angle $س$ لانهما متقابلتان بالدخول لكن الزاوية المركزية \angle $ف و ب$ مقياسها القوس \angle $ف$ ومن حيث ان هذا القوس \angle $ف = س$ وهذا القوس \angle $س$ $=$ \angle $ا ف ب$ لدخولهما بين الخطين المتوازيين كما في (بند ٣٧) تكون الزاوية \angle $س$ مقياسها \angle $ف = ا ب$

واذا كان المركز $و$ في داخل الزاوية \angle $س$ كما في (شكل ٢٥) يرسم قطر للدائرة ولنفرضه \angle $س و د$ فقياسا الزاويتين \angle $ا س د$ و \angle $د س ب$ يكونان \angle $ا د$ و \angle $د ب$ ومن حيث ان الزاوية المطلوبة التي هي \angle $ا س ب = ا س د + د س ب$ يكون مقياسها \angle $ا د + د ب$ يعني \angle $ا ب$

واذا كان المركز $و$ خارج الزاوية \angle $ا س ب$ كما في (شكل ٢٦) يرسم قطر \angle $س و د$ ومن المعلوم ان هذه الزاوية تساوي \angle $ا س د - د س ب$ فيجب ان يكون مقياسها \angle $ا د - د ب$ يعني \angle $ا ب$

(٤١) كل زاوية حادة من وتر وخط مماس فان مقياسها يكون نصف القوس الواقع بين ضلعيها

فليرسم قطر \angle $س$ ثم يقال اذا كانت الزاوية \angle $ا س ب$ الحادة من الوتر \angle $س$ من المماس \angle $ا س ب$ اصغر من قائمة فان القطر \angle $س$ يكون خارج هذه الزاوية وفي عكس ذلك يكون في الزاوية \angle $ا س ب$ انظر (شكل ٢٧)

ففي الصورة الاولى \angle $ا س ب = ا س د - د س ب$ ومن حيث ان الزاوية \angle $ا س د$ قائمة فربع المحيط \angle $س د ب$ هو مقياسها انظر (بند ٣٨) وحيث ان الزاوية \angle $ا س ب$ مقياسها \angle $س د ب$ يكون مقياس الزاوية \angle $ا س ب = س د ب - ا س د = س د ب$

وفي الصورة الثانية الزاوية \angle $ا س ب = ا س د + د س ب$ فان

الزاوية اسف يكون مقياسها $\frac{س}{ر} + \frac{ر}{ف} = \frac{س}{ف}$ يعني نصف القوس الواقع بين ضلعها

* (الاشكال الكثيرة الاضلاع وخواصها الاصلية) *

(٤٢) السطوح المستوية المحاطة بعدة خطوط مستقيمة تسمى بذى

الاضلاع ولتبين كل منها على حدته فنقول

اولا المسافة التي تحاط بثلاثة خطوط مستقيمة تسمى مثلثا وقد سبق الكلام على بعض خواصه فالمثلث بالنظر لاضلاعه يسمى

متساوي الاضلاع اذا كانت اضلاعه الثلاثة متساوية

ومتساوي الساقين اذا كان فيه ضلعان متساويان فقط ومختلف الاضلاع اذا

كانت اضلاعه الثلاثة غير متساوية وبالنظر الى زواياه يسمى

منقرج الزاوية اذا كان فيه زاوية منقرجة

وحاد الزوايا اذا كانت زواياه الثلاثة حادة

وقائم الزاوية اذا كان فيه زاوية قائمة والضلع المقابل لها يسمى وتر القائمة

ومتساوي الزوايا اذا كانت زواياه الثلاث متساوية

وثانيا المسافة المحدودة بأربعة خطوط مستقيمة تسمى بذى الاربعة اضلاع

ولنذكر انواعه فنقول

المستطيل هو ما كانت اضلاعه المتجاورة مختلفة وزواياه قائمة كما في (شكل ٣٠)

والمربع هو ما كانت اضلاعه متساوية وزواياه قائمة كما في الشكل المذكور

والمتوازي الاضلاع هو ما كانت اضلاعه المتقابلة متوازية ولم تكن احدى

زواياه قائمة كما في (شكل ٢٨)

والمعين هو ما كانت اضلاعه الاربعة متساوية ومتوازية كما في (شكل ٢٩)

وشبه المنحرف هو ما كان فيه ضلعان متوازيان فقط

والمسافة التي تحاط بها كثر من اربعة اضلاع تسمى كثيرا الاضلاع فان كان كثير

الاضلاع ذا خمسة اضلاع يسمى خمسا وان كان ذا ستة يسمى مسدسا وان

كان ذا سبعة يسمى مسبعا وهكذا الى المعشر

وإذا لاثنى عشر ما كانت اضلاعه اثني عشر وذوا الخمسة عشر هو ما كانت

اضلاعه خمسة عشر وهكذا

والمستقيم الواصل بين رأسى الزاويتين غير المتجاورتين في ذى الاربعة اضلاع
او في كثير الاضلاع يسمى قطر الشكل

(٤٣) كل مثلث مستقيم الاضلاع مجموع زواياه الثلاثة يساوى زاويتين
قائمتين فاذا مدد كما في (الشكل ٣١) اسه ورسم سه في موازى للخط ا ب
كانت الزاويتان ا و د سه في متساويتين لكونهما متقابلتين بالدخول
والخروج وكذلك الزاويتان ب و ه سه في تكونان متساويتين
لكونهما متبادلتين بالدخول ولكن مجموع الزوايا ب سه د و سه ه
و اسه ب الثلاث يساوى قائمتين فاذن مجموع زوايا المثلث المستقيم
الاضلاع يساوى قائمتين

فينتج اولا من ذلك بالبداهة ان الزاوية ب سه د الخارجة تساوى مجموع
الزاويتين ا و ب الداخلتين
ثانيا انه اذا كانت احدى زوايا المثلث قائمة فكل واحدة من الباقيتين
تكون حادة ومجموعهما يساوى قائمة

(٤٤) مجموع الزوايا الداخلة في كل شكل كثير الاضلاع يساوى مرارا
بقدر ما فيه من قائمتين جميع اضلاعه الاثنى

فاذا وصلنا من نقطة ا الى جميع رؤس الزوايا المتقابلة اقطارا اسه و ا د
الحق قائما نتجد بالبداهة ان كثير الاضلاع يصير منقسما الى مثلثات عدتها كعدّة
اضلاع هذا الشكل الاثنى كما في (شكل ٣٢ او ٣٣) وحيث ان مجموع
سائر زوايا هذه المثلثات عبارة عن مجموع زوايا كثير الاضلاع المذكور
يكون هذا المجموع مساويا مرارا بقدر ما فيه من قائمتين لعدّة اضلاعه الاثنى
فالحس الذي في (شكل ٣٢) مجموع زواياه الداخلة يساوى ثلاث مرات
زاويتين قائمتين او ست زوايا قائمة فاذا اشرنا لعدد اضلاع الشكل المطلوب
بالحرف ع وللمجموع زواياه بالحرف ب وللقائمة بالحرف ج تتركب معادلة

هكذا $m = (e - 2) \times 2$ يعني ان مجموع زوايا كثير الاضلاع يساوي
عدد اضلاعه ناقصا اثنين مضروبا باقيه في اثنتين قائمتين

(٤٥) فحينئذ تسهل البرهنة على اننا اذا مددنا من جهة واحدة اضلاع
كثير الاضلاع المحتب يعني الذي ليس له الا زوايا محدبة كان مجموع زواياه
الخارجية يساوي دائما اربع زوايا قائمة

وذلك ان مجموع زواياه الداخلة والخارجة يساوي مرارا بقدر ما فيه من
قائمتين عدد اضلاعه ومجموع زواياه الداخلة يساوي مرارا من القائمتين عدد
اضلاعه الا اثنين فيعلم من ذلك ان فاضل هذين المجموعين وهو مجموع الزوايا
الخارجة يساوي مرتين زاويتين قائمتين او اربع زوايا قائمة
وهذه الدعوى هي والسابقة نافعتان خصوصا في تحقيق عدم الخطأ في مساحة
زوايا كثير الاضلاع المرسوم على الارض كما تراه فيما سيأتي
(الفصل الثاني)

(مبحث الخطوط المتناسبة وتشابه المثلثات والكثيرة الاضلاع)

(٤٦) الخطوط ae و af و ad المستقيمة المتوازية القاسمة
لخط m الذي هو احد اضلاع مثلث الى اقسام متساوية مثل a -
و ae و af تقسم ايضا الضلع الآخر وهو am من هذا المثلث
الى اقسام متساوية مثل a - و ae و af بشرط ان تكون هذه
الخطوط المتوازية موازية ايضا للضلع الثالث وهو am -
واذا كانت الابعاد a - و ae و af الخ متساوية وكانت المستقيمات
 ae و af و ad متوازية كانت الابعاد a - و ae و af و ad الخ
ايضا متساوية ولاجل بيان ذلك ترسم خطوط ae و af و ad الخ
موازية للمستقيم am فتحدث مثلثات a - و ae و af و ad الخ
الخ متساوية لان الخطوط ae و af و ad الخ تكون ايضا متساوية لكونها
مساوية لنظائرها من الخطوط ae و af و ad الخ بسبب انها خطوط متوازية
واقعة بين خطوط متوازية انظر بند (٣١) وايضا الزوايا a - و ae و af

الخ متساوية لانها متقابلة بالدخول والخروج والزوايا $\angle \text{ا} - \text{ب} - \text{ج}$ و $\angle \text{د} - \text{ه} - \text{و}$ متوازية كما في بند (٣٢) بحيث ان في كل من هذه المثلثات زاويتين بينهما ضلع مساو لنظيره من الآخر تكون متساوية فاذن يكون

$$\text{ا} - \text{ب} = \text{د} - \text{ه} \quad \text{ب} - \text{ج} = \text{ه} - \text{و} \quad \text{الخ}$$

فينتج من هذا انه متى كان بين خطين مثل $\text{ا} - \text{ب}$ و $\text{د} - \text{ه}$ نسبة ما تكون تلك النسبة بعينها بين ضعفيهما المتناظرين المتساويين وهما $\text{ا} - \text{د}$ و $\text{ب} - \text{ه}$ اي انه يحدث

$$\text{ا} - \text{ب} : \text{ا} - \text{د} :: \text{ب} - \text{ج} : \text{د} - \text{ه} :: \text{ا} - \text{ب} : \text{د} - \text{ه} :: \text{ب} - \text{ج} : \text{ه} - \text{و}$$

و حرف عين يدل على اي عدد كان صحيح ثم اذا كان المستقيم $\text{د} - \text{ه}$ الموازي للمستقيم $\text{ا} - \text{ب}$ من المثلث $\text{ا} - \text{ب} - \text{ج}$ كما في (شكل ٣٥) يقسم الضلع $\text{ا} - \text{ب}$ الى قسمين متناسبين مثل $\text{ب} - \text{د}$ و $\text{ا} - \text{د}$ فانه يقسم ايضا $\text{د} - \text{ه}$ على هذه النسبة بعينها يعني ان نسبة

$$\text{ب} - \text{د} : \text{ا} - \text{د} :: \text{د} - \text{ه} : \text{ب} - \text{ج} :: \text{ا} - \text{ب} : \text{د} - \text{ه} :: \text{ب} - \text{ج} : \text{ه} - \text{و}$$

لكن لو فرضنا ان الامر بخلاف ذلك بان فرضنا ان $\text{ا} - \text{ب} : \text{د} - \text{ه} :: \text{ب} - \text{ج} : \text{ه} - \text{و}$ ثم قسمنا $\text{د} - \text{ه}$ الى اجزاء متساوية بحيث يقع بين $\text{د} - \text{ه}$ نقطة احدا الاقسام ولتكن ع ورسمنا من النقطة ع مستقيما $\text{ع} - \text{ك}$ موازيا $\text{ا} - \text{ب}$ لحدث ان

$$\text{ا} - \text{ب} : \text{د} - \text{ه} :: \text{ب} - \text{ج} : \text{ه} - \text{و}$$

فينتج بالضرورة من هذه التناسبة ومن السابقة متناسبة هي $\text{ب} - \text{د} : \text{ا} - \text{د} :: \text{د} - \text{ه} : \text{ب} - \text{ج} :: \text{ا} - \text{ب} : \text{د} - \text{ه} :: \text{ب} - \text{ج} : \text{ه} - \text{و}$ وهي غير صحيحة لان $\text{ب} - \text{د}$ اصغر من $\text{ا} - \text{د}$ فيلزم ان يكون $\text{د} - \text{ه}$ اصغر من $\text{ب} - \text{ج}$ مع انه اكبر منه فاذن لا يكون الحد الرابع من التناسبة المفروضة اكبر من $\text{د} - \text{ه}$ وبمثل هذا يبرهن ايضا على انه لا يمكن ان يكون اصغر منه فيكون $\text{د} - \text{ه} = \text{ب} - \text{ج}$

وبهذا يثبت المطلوب

وعكس الدعوى المذكورة ايضا صحيح اى اذا كان ضلعان من مثلث مقسومين بخط مستقيم الى اقسام متناسبة كان هذا الخط المستقيم موازيا للضلع الثالث .

(٤٧) المثلثات التى زواياها المتناظرة متساوية واضلاعها المتناظرة متناسبة تسمى مثلثات متشابهة والمراد بالاضلاع المتناظرة هى التى تكون على وضع واحد فى هذه الاشكال او التى تكون مجاورة لزوايا متساوية وهذه الزوايا تسمى زوايا متناظرة

(٤٨) كل مثلثين متساوي الزوايا تكون اضلاعهما المتناظرة متناسبة ويلزم ان يكونا متشابهين

فلنأخذ على الضلعين $اسه$ و $سه$ من المثلث الاكبر جزءين $سه$ و $سه$ مساويين للضلعين $سه$ و $سه$ من المثلث الاصغر كما فى (شكل ٣٦) ونصل بين النقطتين $ه$ و $ه$ بخط مستقيم فيصير المثلث $سهه$ مساويا للمثلث $اسه$ لان فى كل منهما ضلعين وزاوية بينهما متساوية لنظائرها من الآخر لان المثلثين $اسه$ و $اسه$ متساويا الزوايا بالفرض فينتهز المستقيم $هه$ يكون مساويا $آه$ وموازيا $اه$ فيكون بمقتضى القضية السابقة $اسه : سه : سه :: آسه : سه$ فاذن كل مثلثين متساوي الزوايا تكون اضلاعهما المتناظرة متناسبة

(٤٩) كل مثلثين اضلاعهما المتناظرة متوازية فهما متشابهان لانهما متساويا الزوايا بموجب (٣٢)

وبمثل ما تقدم يبرهن على ان المثلثين اللذين فى $كل$ منهما زاوية متساوية لنظيرتها من الآخر وكائنته بين ضلعين مناسبين لنظيريهما منه يكونان متشابهين

(٥٠) كل مثلثين اضلاعهما المتناظرة متناسبة فهما متشابهان

ولنفرض

والتفرض في المثلثين $ا-س-هـ$ و $آ-س-هـ$ كما في (شكل ٣٧) ان

$ا-آ :: ا-س :: آ-س :: س-هـ :: س-هـ$
 فال المطلوب حينئذ اثبات ان $ا = آ$ و $س = س$ و $هـ = هـ$
 ولاجل ذلك يرسم المثلث $آ-د$ متساوي الزوايا مع المثلث $ا-س-هـ$
 بحيث تكون الزاوية $آ-د =$ للزاوية $س-هـ$ والزاوية $د-آ =$ للزاوية $ا-س$
 فبمقتضى القضية السابقة يكون $ا-آ :: ا-س :: آ-د :: ا-س :: س-هـ :: س-هـ$
 لكن قد فرض ان $ا-آ :: ا-س :: آ-د :: ا-س :: س-هـ :: س-هـ$
 :

فيكون $آ-د = آ-س$ و $د-آ = س-هـ$
 فحينئذ يكون المثلثان $آ-د$ و $آ-س-هـ$ متساويين لكن المثلث $آ-د$
 متساوي الزوايا مع المثلث $ا-س-هـ$ فاذن يكون المثلثان $ا-س-هـ$ و $آ-س-هـ$
 متساويي الزوايا ومتشابهين
 وينتج مما تقدم انه لاجل معرفة ان المثلثين متشابهين يشترط ان يكون في كل
 منهما زاويتين مساويتين لنظيرتيهما من الآخر وتكون اضلاعهما المتناظرة
 متناسبة

(٥١) كل مثلثين اضلاع احدهما اعمدة على اضلاع الآخر كل على
 نظيره فهما متشابهان

فلتكن الاضلاع $د-هـ$ و $د-ف$ و $هـ-ف$ كما في (شكل ٣٨) اعمدة على
 الاضلاع $ا-س$ و $ا-هـ$ و $ا-س-هـ$ كل على نظيره ففي ذى الاربعة
 الاضلاع الذي هو $س-هـ-د$ مجموع زواياه الاربعة يساوي اربع زوايا

قائمة لكن الزاويتان χ و ψ قائمتان بالفرض فاذن يكون مجموع الزاويتين θ و ψ قائمة الباقيتين مساويا قائمتين لكن الزاويتان δ و ψ و δ و ψ تساويان ايضا قائمتين فاذن الزاوية $\delta = \psi$ و $\theta = \psi$ وبمثل هذا يبرهن على ان الزاوية $\phi = \alpha$ وان الزاوية $\delta = \psi$ فاذن المثلثان θ و ψ اللذان اضلاعهما اعمدة كل على نظيره يكونان متساويين الزوايا فاذن هما متشابهان

ومن المعلوم ان الاضلاع المتناظرة هي التي تكون اعمدة بعضها على بعض فينتج من ذلك بالبداهة ان $\alpha : \delta :: \theta : \psi$ و $\theta : \psi :: \delta : \psi$

وهذا على فرض ان احد المثلثين داخل في الآخر فاذا لم يكن كذلك فانه يمكن توهم مثلث ثالث مثل المثلث δ داخل تكون اضلاعه موازية لاضلاع المثلث المقاس على المثلث θ فحينئذ البرهان السابق ينطبق ايضا على هذا الشكل

(٥٢) كل خطين متوازيين قاطعين لخطوط مستقيمة خارجة من نقطة واحدة فانهما ينقسمان بتلك الخطوط المستقيمة الى اجزاء متناسبة

فحيث ان المستقيمين θ و ψ متوازيين كما في (شكل ٣٩) يكون $\theta : \psi :: \delta : \psi$ و $\theta : \psi :: \delta : \psi$ لان θ و ψ

حيث انه مواز θ يكون المثلثان θ و ψ متساويين الزوايا فتكون متناسبة هكذا $\theta : \psi :: \delta : \psi$ و $\theta : \psi :: \delta : \psi$

وكذا يقال حيث ان مثلثي θ و ψ متساويين الزوايا تكون متناسبة هكذا $\theta : \psi :: \delta : \psi$ و $\theta : \psi :: \delta : \psi$

فبسبب النسبة المشتركة التي هي $\theta : \psi$ يكون

$\theta : \psi :: \delta : \psi$ و $\theta : \psi :: \delta : \psi$

وبمثل ذلك تحصل متناسبة $\theta : \psi :: \delta : \psi$ و $\theta : \psi :: \delta : \psi$ فاذن الخط θ ينقسم في النقطتين θ و ψ بقدر ما انقسم

الخط $ر س$ في النقطتين $و$ و $س$
 فينتج من هذا انه اذا كان $ر س$ منقسم الى اجزاء متساوية يكون موازيه
 وهو $ر د$ منقسم ايضا الى اجزاء متساوية

(٥٣) كل مثلث قائم الزاوية اذا انزلنا من قائمته على وترها عمودا فانه
 يحدث من ذلك ثلاث حالات كما في (شكل ٤٠)

الاولى ان العمود يقسم المثلث الى مثلثين متشابهين ومتشابهين له

الثانية ان العمود يكون وسطا متناسبا بين قسيمي وتر القائمة

الثالثة ان كل ضلع من ضلعي قائمة المثلث المذكور يكون وسطا متناسبا

بين وتر القائمة بتمامه والقسم المجاور له

مثال ذلك المثلث $ا س ب$ القائم الزاوية في $ا$ فالعمود $ا د$ النازل من

النقطة $ا$ على الوتر $س ب$ يقسم هذا المثلث الى مثلثين آخرين متشابهين

ومتشابهين له لان مجموع الزاويتين $د و س =$ قائمة وكذلك الزاويتان

$د و و$ فيلزم ان $س د = د و$ وبمثل ذلك يبرهن على ان $د = د س$ فاذن

المثلثان $ا س د$ و $ا د س$ يكونان متساويي الزوايا معا ومع المثلث

$ا س ب$ فهما متشابهان فن تشابه المثلثين الاولين وهما $ا س د$ و $ا د س$

تتركب متناسبة $س د : ا د :: ا د : د س$ يعني ان العمود $ا د$

هو وسط متناسب بين قسيمي وتر القائمة وهما $س د$ و $د س$

ومن تشابه المثلثين $ا س د$ و $ا د س$ تتركب متناسبة

$س د : ا س :: ا س : د س$ (١)

ومن تشابه المثلثين $ا س د$ و $ا د س$ تتركب متناسبة

$س د : ا د :: ا د : د س$ (٢)

فاذن كل من ضلعي الزاوية القائمة من المثلث القائم الزاوية وسط متناسب بين

الوتر بتمامه والقسم المجاور له

فينتج من المتناسبتين (١) و (٢) ان $ا د^2 = س د \times د س$

و $ا س^2 = س د \times د س$ فاذا جمعنا هاتين المعادلتين كل طرف

لنظيره تحصل $\overline{AS} + \overline{AS} = \overline{SS} = (\overline{SD} + \overline{SD})$
 لكن $\overline{SD} + \overline{SD} = \overline{SS} = \overline{AS} + \overline{AS} = \overline{SS}$
 يعني ان مجموع منبجى ضلعى الزاوية القائمة مساو لمربع وتر القائمة
 وسياقى قريباً ذكر هذه القضية المهمة بطريقة اخرى غير متعلقة بتشابه المثلثات
 * (خواص الدائرة) *

(٥٤) اجزاء الوترين المتقاطعين فى دائرة تكون متناسبة على التعاكس
 وبيان ان المثلثين $\triangle AED$ و $\triangle CED$ من (شكل ٤١) متشابهان
 لكونهما متساويى الزوايا وذلك لان الزاويتين الكائنتين فى $\angle E$ متساويتان
 لكونهما متقابلتين برأسهما والزاويتان $\angle A$ و $\angle C$ متساويتان ايضا لان
 مقياس كل منهما نصف القوس \overline{AD} فحينئذ الاضلاع المتناظرة من
 هذين المثلثين تفيد ان $\angle A : \angle C :: \angle E : \angle E$ فاذن جزءا
 احد الوترين يحددان طرفى التناسبة وجزءا الوتر الاخر يحددان الوترين
 واذا كان احد الوترين مثل \overline{AD} قطرا والوتر الاخر مثل \overline{SD} عمودا
 عليه كما فى (شكل ٤٢) فانه يكون بالضرورة $\angle A = \angle C$
 فاذن التناسبة السابقة تصير هكذا $\angle A : \angle C :: \angle E : \angle E$

ومنه ينتج ان $\overline{AE} = \overline{CE} \times \overline{ED}$

وينتج من هذا ان كل عمود على القطر وسط متناسب بين الجزئين اللذين يحدتهما
 العمود على القطر وهذه الخاصية تشابلا واسطة من خاصية المثلث $\triangle AED$
 القائم الزاوية (انظر النمرة السابقة) وهذا المثلث يفيد ايضا ان الوتر \overline{AS}
 وسط متناسب بين القطر \overline{AD} والجزء \overline{AE} المجاور له

(٥٥) اذا رسم من نقطة مفروضة خارج الدائرة خطان قاطعان لها
 ومنتهيان الى الجزء المقعر من المحيط كان هذا القاطعان يتماهما متناسبين مع
 جزئيهما الخارجين على التعاكس

وذلك ان المثلثين $\triangle AED$ و $\triangle CED$ من (شكل ٤٣) فهما زاوية

مشتركة

مشتركة في \angle والزاوية $\angle = \angle$ كما في بند (٤٠) فاذن هذان المثلثان متشابهان كما في بند (٤٨) واضلاعهما المتناظرة تفيد هذه التناسبة
 $\angle : \angle :: \angle : \angle$

فاذن احد الخطين القاطعين التاميز وجزء الخارج عن الدائرة يكونان طرفين للتناسبة والقاطع الآخر وجزء الخارج يكونان وسطين لها
 (٥٦) كل خط مماس للدائرة فهو وسط متناسب بين الخط القاطع وجزءه الخارج
 الخارج

وذلك لان المثلثين \angle و \angle من (شكل ٤٤) متشابهان لان فيهما زاوية مشتركة في \angle والزاوية \angle المرسومة في المحيط والزاوية \angle الحادثة من المماس والوتر مقياس كل منهما نصف القوس \angle انظر بند (٤٠) و (٤١)

فاذن $\angle : \angle :: \angle : \angle$ ومنه ينتج ان $\angle = \angle$
 \angle

خواص الاشكال الكثيرة الاضلاع المنتظمة المرسومة في داخل الدائرة وخارجها والنسبة التقريبية التي بين القطر والمحيط

(٥٧) الشكلان الكثير الاضلاع يكونان متشابهين اذا كانت زواياهما المتناظرة متساوية واضلاعهما المتناظرة متناسبة
 (٥٨) كل شكلين كثيري الاضلاع منتظمين ومتحددين في عدد الاضلاع فهما متشابهان

مثال ذلك المستدسان \angle و \angle و \angle و \angle المنتظمان كما في (شكل ٤٥) حيث ان مجموع زوايا احدهما مساو لمجموع زوايا الاخر وزوايا كل منهما مساوية لثمان زوايا قائمة بمقتضى بند (٤٤) تكون الزاوية \angle هي سدس هذا المجموع وكذلك الزاوية \angle فاذن $\angle = \angle$ ومثل ذلك يقال في باقي زوايا كثير الاضلاع فاذن هذان

١- : أ- :: ر- س- : س- س- :: س- س- : س- س- :: الخ
 بحيث ان زوايا المضلعين المذكورين متساوية واضلاعهما المتناظرة متناسبة
 يكونان متشابهين انظر بند (٥٧)
 فننتج من هذه النسب المتتالية المتساوية متناسبة نظمها هكذا

(٥٩) كل شكل مضلع منتظم يمكن ان يرسم في داخل الدائرة وخارجها

وبمثل هذا يبرهن على ان المحيط يلزم ان يمر بالنقطة ϵ وهكذا فان كل شكل كثير الاضلاع منتظم يمكن ان يرسم في داخل الدائرة

ويظهر من ذلك ان جميع الاعمدة مثل $و ش$ النازلة من النقطة $و$ التي هي مركز كثير الاضلاع على اضلاعه $ت ك$ تكون متساوية فاذا جعلت النقطة $و$ مركزا وبعد نصف قطر مثل $و ش$ رسمنا محيطا فان هذا المحيط يس جميع اضلاع كثير الاضلاع في منتصف كل منها ويكون كثير الاضلاع مرسوما على ذلك المحيط

ونصف قطر الدائرة المرسومة في داخل $ك$ كثير الاضلاع يسمى نصف قطر الشكل

وينتج من ذلك ان نسبة محيط كثير الاضلاع المنتظمين المتخدين في عدد الاضلاع كنسبة نصف قطر الدائرتين المرسومتين فيهما او عليهما لان نسبة احد هذين المحيطين الى الآخر كنسبة ضلعيهما المتناظرين وهما $ا - و$ و $آ - و$ وهذان الضلعان مناسبان لنصف القطر $و - و$ و $و - آ$ او $و ش$ و $و ش$ (٦٠) كل شكلين $ك ك$ كثيرى الاضلاع متشابهين مركبان من مثلثات متحدة العدد ومتشابهة على التناظر وكائنة على وضع واحد

فكثير الاضلاع $ا - سم$ الخ و $آ - سم$ الخ المتشابهان كما في (شكل ٤٦) مركبان ضرورة من عدة واحدة من المثلثات التي على وضع واحد وذلك ان المثلث $ت$ مشابه للمثلث $ت$ لان في كل منهما زاوية مساوية لزاوية من الاخر وكائنة بين ضلعين مناسبين لتطبيقاتهما منه فينشد الزاوية $ع - سم$ $= ع - سم$

فاذن يكون $ا - آ :: ع - ع :: ع - ع$ ومن تشابه الشكلين ينتج

$ا - آ :: ع - سم :: ع - سم$

فاذن $ع - ع :: ع - سم :: ع - سم$

فيكون المثلث $ع$ مشابها للمثلث $ع$ بمقتضى بند (٤٩) وبمثل ذلك يبرهن

على ان المثلثين و و يكونان متشابهين وهما جـ رـ

(٦١) ضلع المسدس المنتظم المرسوم في دائرة يساوي نصف قطرها وذلك لان الزاوية ا و - المركزية من (شكل ٤٥) هي سدس اربع زوايا قائمة او ثلثا زاوية قائمة فاذن الزاويتان ا و - و ا و - الاخرتان المتساويتان من هذا المثلث يساويان $\frac{2}{3}$ او $\frac{4}{3}$ فكل واحدة $= \frac{2}{3}$ قائمة فاذن المثلث ا و - يكون متساوي الاضلاع فاذن ضلع المسدس المرسوم في الدائرة يساوي نصف قطر تلك الدائرة

(٦٢) ضلع المعشر المنتظم يساوي الجزء الاكبر من نصف قطر الدائرة المرسومة عليه المنقسم الى متناسبة ذات وسط وطرفين ويقال ان الخط منقسم الى متناسبة ذات وسط وطرفين اذا كان جزؤه الاكبر وسطا متناسبا بين الجزء الاكبر والصغر والخط بتمامه

فاذا ثبت ذلك فليكن ا - من (شكل ٤٧) ضلع المعشر المنتظم فينتد الزاوية و هي عشر اربع زوايا قائمة او $\frac{2}{5}$ زاوية قائمة فبمقتضى بند (٤٣) يكون مقدار الزاويتين ا و - و ا - الاخرتين المتساويتين $\frac{2}{5}$ زاوية قائمة اي $\frac{4}{5}$ فيكون مقدار كل واحدة $\frac{4}{5}$

فاذا قسمنا الزاوية و - الى قسمين متساويين بمستقيم م - فان المثلث ا - م يكون باليداهة مشابها للمثلث ا - و لان الزاوية ا مشتركة بينهما والزاوية ا - م $= \frac{2}{5}$ زاوية قائمة $=$ و وايضا المثلث م - و يكون متساوي الساقين فينتد يكون ا - م $=$ م $=$ م و لكن تشابه المثلثين ا - و و ا - م يفيدان ا و : ا - :: ا - : ا م او ا و : م :: م و : ا م فاذن نصف القطر ا و منقسم في النقطة م الى متناسبة ذات وسط وطرفين فيكون الضلع ا - من المعشر المنتظم مساويا م و يعني اكبر الجزئين

(٦٣) كل خط منحن او منكسر يحيط بخط محدب من طرفيه فهو اطول من الخط المحاط

والمراد

والمراد بالخط المحدث كل خط يتقطع بمسستقيم الا في نقطتين
وليكن الخط $ام - ب$ من (شكل ٤٨) هو الخط المحدث فانه لو لم يكن اصغر
من جميع الخطوط المحيطة به للزم عليه وجود خط من هذه الخطوط اصغر
من جميع الخطوط الاخرى فيكون اصغر من الخط $ام - ب$ او نهاية ما هنالك
يكون مساويا له وليكن الخط $اس - د$ هو الخط المحيط فلنصل بين هذين
الخطين مستقيما $ف$ لا يمكن ان يتلاقى اصلا مع $ام - ب$ او يمسه فقط
فن حيث ان هذا الخط المستقيم اقصر من $س - د$ ف ينتج ان الخط
الحادث المحيط وهو $ا - ف - ب$ اصغر من الاول وهو $اس - د$ لكن
هذا الاخير يلزم بالفرض ان يكون اصغر من الكل فاذن هذا الفرض باطل
فاذن جميع الخطوط المحيطة تكون اطول من $ام - ب$

وينتج من ذلك اولا انه يمكن وجود خط محيط يخالف الخط المحاط قليلا ما امكن
وثانيا انه يمكن ان يرسم على الدائرة مضلع منتظم يكون الفضل بين محيطه
ومحيط الدائرة وسطحه و سطح الدائرة اصغر من اى مقدار كان فالدائرة هي
اذن نهاية كل مضلع كان مرسوما فيها او عليها

(٦٤) النسب التي بين محيطات الدوائر كالنسب التي بين اقطارها
ولذلك برهانان * الاول اذا اشرنا بالحرفين $ط$ و $ظ$ لمحيطي المضلعين
المتشابهين المرسومين بالتناظر على الدائرتين اللتين نصفاهما $س - و$ و $س - ر$
فبواسطة ما تقدم يكون $\frac{ط}{ظ} = \frac{س}{ر}$ فاذا توهمنا ان عدة اضلاع هذين المضلعين
كثيرة بحيث يكون الفاضل بين محيط كل منهما ومحيط الدائرة المرسوم عليها كل
منهما اصغر من كل مقدار محدود واما ان فاضل النسبة $\frac{ط}{ظ}$ يعني محيطي
الدائرتين عن النسبة $\frac{ط}{ظ}$ يعني محيطي المضلعين يمكن ان ينتهي الى اصغر
ما يمكن وحيث ان هذا الفاضل هو ايضا فاضل النسبتين $\frac{س}{ر}$ و $\frac{ك}{ج}$ غير

المتغيرتين لان $\frac{ط}{ك} = \frac{ك}{س}$ ينتج ان فاضل النسبتين الاخيرتين اقل
من كل مقدار محدود فاذن هاتان النسبتان ~~تكونان~~ متساويتين فاذن

$$\frac{س}{ك} = \frac{ك}{س} \text{ او } س : ك :: ك : س$$

البرهان الثاني وهو طريقة ثانية في اثبات هذه الدعوى

اذا توجهنا في مضلعين متشابهين مرسومين على دائرتين ان عدد اضلاعهما
الاصغر ما يكون غير متناساه بمعنى انه اكبر من كل مقدار مفروض كان هذان
الشكلان مختلفين اختلافا يسيرا عن محيطي الدائرتين المذكورتين ويمكن
ان يقال على سبيل التساهل انهما متحدان مع محيطي الدائرتين فاذن يمكن
اخذ محيطي هذين المضلعين بدل محيطي الدائرتين المذكورتين لكن بمقتضى
دعوى بند (٥٩) تكون النسبة بين محيطي المضلعين كالنسبة بين نصفي
قطري الدائرتين المرسومين عليهما وبهذا اثبت المطلوب

وينتج مما ذكر ان نسبة المحيط الى القطر متحدة في جميع الدوائر فاذا اشرنا بالحرف
ب لهذه النسبة والمحيط دائرة قطرها يساوي ١ تركبت متناسبة
نظمها هكذا

$$١ : ب :: ٢ : س \text{ او } س = ٢ ب \text{ و } س = \frac{٢٢}{٧} \text{ تقريرا يعني انه}$$

فبواسطة هاتين المعادلتين يستخرج محيط الدائرة المشار له بالحرف س حين
يعلم نصف قطرها المشار له بالحرف س وكذا يستخرج نصف قطرها
متى علم محيطها

ثم على مذهب ارشميدس ان النسبة هي $\frac{٢٢}{٧} = \frac{٢٢}{٧}$ تقريبا يعني انه
اذا كان قطر الدائرة ٧ يكون محيطها بالتقريب ٢٢ فهذا المهندس
للتوصل الى استخراج هذه النسبة التقريبية رسم في الدائرة وعليها
مضلعا منتظما اذا ستة وتسعين ضلعا مبتدئا بالمسدس الذي ضلعه يساوي
نصف قطر الدائرة المرسومة عليه فوجد ان محيط هذه الدائرة $(\frac{١}{٧} ٣)$
و $(\frac{١}{٧١} ٣)$ فهذا افاد نسبة ١ : $\frac{١}{٧} ٣$ او ٧ : ٢٢ ثم بعد ذلك

وجدوا

ووجدوا نسباً اقرب من هذه فتم انسيبة مبيوس فانه لما حسبها بالاعشارى
خرجت النسبة $\frac{300}{113} = 301410929$ وهذا الخارج تحديدي الى
الرقم السادس من الاعشارى وفي الحساب الذى لا يحتاج الى غاية التدقيق
لا يستعمل الا هذه النسبة الاخيرة التى ترجع الى هذه $3014 =$
(٦٥) استخراج النسبة التقريبية التى بين القطر والمحيط يتوقف على
معرفة حل قضيتين عمليتين

الاولى اذا علم وتر قوس امكن استخراج وتر نصفه
الثانية اذا علم محيط مضلع منتظم مرسوم فى دائرة معلومة امكن استخراج
محيط مضلع آخر مشابه له مرسوم عليها
وبين ذلك مذكور فى كتب الجبر

* (الفصل الثالث) *

* (فى سطح كثير الاضلاع وسطح الدائرة) *

(٦٦) المراد بالسطح هنا سطح الشكل بالنظر لقداره
والشكلان المختلفان فى الصورة المتساويان فى السطح يقال لهما متكافئان
والشكلان المتشابهان اللذان يمكن انطباقهما معا يقال لهما
متساويان

ومساحة السطح هى عبارة عن عدة اشتاله على سطح اخر معتبر وحدة مقياس
وهذه الوحدة هى المربع

وارتفاع المثلث هو العمود النازل من رأس احدى زواياه على الضلع المقابل
لها المسمى قاعدة ورأس الزاوية المقابلة للقاعدة تسمى رأس المثلث كما
فى (الشكل ٥٠)

وارتفاع متوازي الاضلاع هو العمود الذى تقاس به المسافة التى بين ضلعيه
المتقابلين المسميين قاعدتين كما فى (الشكل ٥١)

وارتفاع شبه المنحرف هو العمود الواقع بين قاعدتيه او ضلعيه المتوازيين
كما فى (الشكل ٥٢)

(٦٧) الاشكال المتوازية الاضلاع التي قواعدهما متساوية وارتفاعهما
كذلك متكافئة

فليكن متوازي الاضلاع $ا ب س د$ و $ا ب ع ف$ من (شكل ٥٣)
قاعدة واحدة وهي $ا ب$ وارتفاع واحد وهو $د غ$ ومعلوم انه بخاصية
هذين الشكلين يكون الضلعان $ا د$ و $س ب$ متساويين وكذلك الضلعان
 $ب د$ و $ا ع$ كما في بند (٣١) ومعلوم ايضا اننا اذا طرحنا من الخطين
 $د س$ و $ف ع$ المتساويين الجزء $س ف$ المشترك كان الباقيان
وهما $د ف$ و $س ع$ متساويين فحينئذ المثلثان $ا د ف$ و $ا ب س ع$
اضلاعهما متساوية على التناظر فيلزم ان يكونا متساويين
فاذا طرحنا من ذي الاربعة الاضلاع وهو $ا ب س د$ المثلث $ا ب س ع$
ثم المثلث $ا د ف$ المتساويين كان الباقيان وهما $ا ب س د$ و $ا ب ع ف$
متكافئين وبهذا يثبت المطلوب

ومن هنا ينتج ان كل متوازي الاضلاع يكون مكافئا لمستطيل مثله في القاعدة
والارتفاع

(٦٨) كل مثلث فهو نصف متوازي الاضلاع اذا كانت قاعدتهما
واحدة وارتفاعهما كذلك

وذلك لان المثلثين $ا ب س$ و $ا ب د س$ من (شكل ٥٤) متساويان لكون
اضلاعهما الثلاثة متساوية على التناظر فاذن يمكن ان يقال اولا ان المثلث هو
نصف قائم الزوايا المتحد معه في القاعدة والارتفاع وثانيا ان جميع المثلثات
المتساوية في القواعد والارتفاعات متكافئة

(٦٩) كل مستطيلين متحدين في الارتفاع فان نسبتهم كنسبة
قاعدتيهما وبالعكس

فليكن المستطيلان $ا ب د س$ و $ا ب ع ف$ كما في (شكل ٥٥)
وارتفاعهما $ا س$ فاذا فرضنا ان الخط $م$ مثلا هو وحدة مقياس خطي
وداخل ٥ مرات في القاعدة $ا ب$ و ٣ مرات في القاعدة $ا ب$ والقياس

من كل نقطة من نقط التقاسيم التي هي غ ضه الخ و ط و اعمدة غ غ
 و ضه ضه الخ و ط ط و ق ق كانت المستطيلات ا غ و غ ضه الخ
 و ط و ط و ط ق متساوية وكل من المستطيلين ا د و ط و ط
 مشتمل على مستطيلات جزئية عدتها بقدر ما تشتمل قاعدته التي هي ا ب
 أو ط على خط م بحيث ان هاتين القاعدتين على نسبة مشتركة وهي
 ٥ : ٣ يكون المستطيلان ا د و ط و ط على هذه النسبة بعينها ومن
 المعلوم انه يقال مثل ذلك في كل نسبة من هذا النوع وهذه القضية تكون
 ايضا صحيحة فيما اذا كانت قاعدة المستطيلات على نسبة غير مشتركة والبرهنة
 عليها تكون باسعمال طريق بند (٣٨) و (٤٦) يعني بترجيعة الى قياس
 الخلف فاذن يكون دائما ا د ي س : ط ف ش ه :: ا ب : ط ف
 واما عكس هذه القضية وهو ان المستطيلين المتحددين في القاعدة تكون نسبتهم
 كنسبة ارتفاعيهما فبرهانها ان يكون باعتبار ط و ط ا قاعدتي
 المستطيلين و ط ف و ا ب ارتفاعيهما
 (٧٠) كل مستطيلين فان نسبتهم كنسبة حاصلين ضرب قاعدتيهما
 في ارتفاعيهما

ولنفرض ان قاعدتي المستطيلين ا د و ط ف ه كما في (شكل
 ٥٢) متصلتان اي انهما على مستقيم واحد وهو ا ب ونتم رسم المستطيل
 ا د ش ه الاكبر والمستطيلان ا د و ط ف ه من حيث ان
 ارتفاعيهما واحد وهو ا ب تكون نسبتهم كنسبة قاعدتيهما وكذلك
 المستطيلان ط ف ه و ط ف من حيث ان قاعدتهما واحد تكون
 نسبتهم كنسبة ارتفاعيهما فحينئذ صار معنا من جهة

ا د ش ه : ط ف ه :: ا ب : ط ف ه
 ط ف ه : ط ف ه :: ط ف ه : ط ف ه
 فاذا ضربنا حدود هاتين المتناسبتين في بعضهما على الترتيب وحذفنا المكرر

المشتركة تحصل معنا

ا-س-د : -ع-ف-ج :: ا-ب-خ-س-ه : -ع-ف-ج
وهذا هو البرهان على القضية المذكورة

فاذا كان الشكل المستطيل -ع-ف-ج مربعا أخذنا القاعدة الضلع -ع-
وحدة للمقياس الخطي فاذن تصير التناسبة السابقة هكذا

ا-س-د : -ع-ف-ج :: ا-ب-خ-س-ه : ١

فحينئذ اذا قسمنا الخطين ا-ب و -س-ه بالوحدة -ع- كان الحاصل وهو
ا-ب-خ-س-ه دالا على عدة مرات دخول وحدة السطح اى مربع
-ع-ف-ج في المستطيل ا-س-د ولأجل الاختصار يقال ان سطح
المستطيل يساوى حاصل ضرب قاعدته في ارتفاعه

ولأجل تحقيق ذلك نفرض ان ا-ب = ٥ امتار وان -س-ه = ٣ امتار
فسطح المستطيل ا-س-د تكون نسبتة للمربع -ع-ف-ج كنسبة
٣ × ٥ الى ١ واسهل ما يقال في ذلك ان سطح هذا المستطيل يكون
١٥ مترا مربعا كافي (شكل ٥٧)

وبمجرد النظر في الشكل يظهر بالبديهة انه متى كانت قاعدة المستطيل
وارتفاعه مشتركين كانت مساحة هذا المستطيل هي حاصل ضرب
قاعدته في ارتفاعه

وينتج مما تقدم ان سطح المربع يساوى مربع ضلعه

(٧١) سطح كل متوازي الاضلاع يساوى حاصل ضرب قاعدته
في ارتفاعه

وذلك لان متوازي الاضلاع ا-س-د مكافئ للمستطيل ا-ب-ف-ع
المحدد معه في القاعدة ا-ب وفي الارتفاع ا-ع كافي (شكل ٥٨)

فحينئذ يكون ا-ب-خ-س-ه مساحة سطح متوازي الاضلاع ا-س-د

(٧٢) سطح كل مثلث يساوى حاصل ضرب قاعدته في نصف ارتفاعه

وذلك لان المثلث ا-ب-س-ه هو نصف متوازي اضلاع ا-ب-س-د المحدد

معه في القاعدة $ا$ وفي الارتفاع $د$ كما في (شكل ٥٤) فاذن يكون

$$ا - د \times \frac{د}{ا} \text{ عبارة عن سطح المثلث } ا - د - د$$

(٧٣) سطح شبه المنحرف يساوي ارتفاعه مضروباً في نصف مجموع قاعدتيه المتوازيتين

وذلك لان شبه المنحرف $ا - د - د$ من (شكل ٥٩) مركب من المثلثين

$ا - د - د$ و $ا - د - د$ ومساحة الاول $ا - د \times \frac{د}{ا}$ ومساحة الثاني

$د - د \times \frac{د}{د}$ فيكون سطح شبه المنحرف $ا - د - د = \frac{ا + د}{٢} \times د$

$$ا - د \times د$$

فاذا رسمنا من النقطة $ش$ التي هي منتصف القطر $ا - د$ خطاً $ع - ك$

موازياً لقاعدتي شبه المنحرف وهما $ا - د$ و $د - د$ ظهر ان $ش - ك =$

$\frac{ا - د}{٢}$ و $ع - ش = \frac{د - د}{٢}$ كما في بند (٤٨) فاذن $ع - ك = \frac{ا + د}{٢} \times د$

فحينئذ يكون سطح شبه المنحرف مساوياً لسطح المثلث الواصل بين منتصفي

الضلعين غير المتوازيين مضروباً في ارتفاع ذلك الشبه المنحرف

(٧٤) سطح كثير الاضلاع المنتظم يساوي نصف حاصل ضرب محيطه

في نصف قطره

وذلك لان المثلثات $ا - د - د$ و $د - د - د$ الخ من (شكل ٤٥) حيث انها

متساوية فسطح كثير الاضلاع المنتظم وهو $ا - د - د$ الخ يساوي سطح

المثلث $ا - د - د$ مضروباً في عدة اضلاع كثير الاضلاع المذكور ومن

حيث ان سطح المثلث $ا - د - د = ا - د \times \frac{د}{٢}$ يكون سطح كثير

الاضلاع $= ا - د \times \frac{د}{٢}$ لكن $ا - د$ هو محيط كثير الاضلاع

و $\frac{د}{٢}$ هو نصف قطره او ربع قطر الدائرة المرسومة فيه فيثبت المطلوب

وعلى كل حال فسطح كل شكل كثير الاضلاع مرسوم على دائرة يساوي

حاصل ضرب محيطه في ربع قطر تلك الدائرة

(٧٥) سطح الدائرة يساوي حاصل ضرب محيطها في ربع قطرها ولذلك

برهانان

الاول مبني على مقدمة يقينية هي ان المقدارين المتغيرين مثل a و b -
الحاصلين لمقدار متغير مثل x اذا كان كل منهما ما اصغر منه يكونان
بالضرورة متساويين

بيانه اولا ان يفرض $a < b$ - ثم ترتب المقادير الثلاث بحسب عظمها
هكذا $a > a$ و $a > x$ فاذا اخذنا المتغير وهو x وفرضنا ان
 $x - a$ اصغر من كل مقدار مفروض مثل a كما هو ممكن فالفاضل
 $a - a$ يكون من باب اولي $a > a$

وثانيا ان يفرض عكس ذلك اي $a > b$ - ثم ترتب هذه المقادير على حسب
عظمها هكذا $a > a$ و $a > x$ فاذا اخذنا x على وجه
ان $x - a$ يكون اصغر من a ايضا فن باب اولي $a - a$
يكون اصغر من a ومن حيث ان الفاضل بين a و a اصغر من
كل مقدار مفروض مثل a فايما يبلغ هذا المقدار في الصغر ينتج انه
كالعدم وان $a = a$

ثم نقول الان من حيث انه بمقتضى الدعوى النظرية التي في بند (٦٣) يمكن
توهم مضلع منتظم بل وغير منتظم مرسوم على دائرة نصف قطرها r بحيث
يكون r وهو محيط المضلع مختلفا ايضا قليلا ما امكن عن r وهو
محيط الدائرة فزيادة حاصل $r \times \frac{1}{r}$ على الحاصل غير المتغير وهو
 $r \times \frac{1}{r}$ يمكن ان تكون اقل من كل مقدار مفروض وايضا سطح هذا
المضلع بعينه الذي هو دائما اكبر من سطح الدائرة يمكن ان يقرب من سطح
الدائرة ما امكن فالحوصل $\frac{1}{r} \times r$ و $\frac{1}{r} \times r$ وسطح الدائرة تكون
ثلاثها مرتبة كترتيب مقدار x المتغير ومقداري a و a فيكون
حاصل نصف $r \times r$ هو المساحة الحقيقية لسطح الدائرة

البرهان الثاني مبني على طريقة اللاتناهي وذلك ان توهم مضلعا منتظما
ذا اضلاع غير متناهية مرسوم على دائرة فان محيط ذلك المضلع يختلف عن
محيط الدائرة اختلافا قليلا لانها لا يمكن اقامة هذا المضلع مقام

الدائرة

الدائرة فبوجب بند (٧٤) يكون سطح الدائرة مساو لمحيطها مضروباً في ربع قطرها

فاذا اشرنا بالحرف β لمحيط الدائرة التي قطرها يساوي واحداً وبالْحرف γ لنصف قطر دائرة أخرى وبالْحرف δ لمحيطها فبمقتضى بند (٦٤) يكون $\delta = 2\beta$ و $\gamma = \frac{1}{4}\delta$ فحينئذ يكون

$\frac{1}{4}\delta\gamma = \beta\gamma$ يعني أن سطح الدائرة يساوي ايضاً حاصل مربع نصف قطرها مضروباً في النسبة

(٧٦) سطح قطع الدائرة يساوي حاصل ضرب قوسه في ربع قطره وذلك ان نسبة القطع $\alpha\delta$ من (شكل ١٨) الى الدائرة بتمامها كنسبة القوس $\alpha\beta$ الى المحيط بتمامه أو كنسبة القوس $\alpha\gamma$ الى محيط $\alpha\delta$ $\times \frac{1}{4}\delta\gamma = \alpha\delta$ لكن سطح الدائرة $= \alpha\delta \times \frac{1}{4}\delta\gamma$ (بمقتضى النمرة السابقة) فاذن سطح القطع $\alpha\delta = \alpha\delta \times \frac{1}{4}\delta\gamma$ والقوس $\alpha\gamma \times \frac{1}{4}\delta\gamma$ واما سطح القطعة $\alpha\beta$ فيظهر انه مساو لسطح القطع $\alpha\delta$ من ناقصاً سطح المثلث $\alpha\beta\gamma$

* (الفصل الرابع) *

* (في مقابلة سطوح الاشكال المتشابهة) *

(٧٧) المربع المرسوم على وتر القائمة من المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع المربعين المرسومين على الضلعين الآخرين وهذه الدعوى قد برهن عليها في بند (٥٣) ولنبرهن عليها هنا بوجه سهل فنقول

ليكن المثلث $\alpha\beta\gamma$ من (شكل ٦٠) قائم الزاوية في α وليكن مرسوماً على كل ضلع من اضلاعه مربع فاذا انزلنا من النقطة α على $\beta\gamma$ عموداً $\alpha\delta$ ووصلنا المستقيمين $\alpha\beta$ و $\alpha\gamma$ كان المثلثان $\alpha\beta\delta$ و $\alpha\gamma\delta$ متساويين لان في كل منهما زاوية مساوية لتظيرتها من الآخر وكائنته بين ضلعين متساويين لتظيرهما منه وذلك لان الزاوية $\alpha\delta\beta = \alpha\delta\gamma$

للزاوية α سم ف والضلع سم د = للضلع سم ا والضلع سم ب
 = سم ف ليكن المثلث سم ب هو نصف مربع α سم د لانهما
 متحدان في القاعدة والارتفاع وبمثل ذلك يبرهن على ان المثلث α سم ف
 نصف المستطيل سم د ب فاذن يكون المربع α مكافئاً للمستطيل
 سم ب د ويبرهن بمثل ذلك على ان المربع α سم ب مكافئ للمستطيل سم ب د
 فيكون المربع سم ب د مساوياً للمربع α سم ب + المربع α سم د يعني ان

$\text{سم ب د} = \alpha + \alpha$ فاذن مربع احد ضلعي الزاوية القائمة يساوي
 مربع وترها ناقصاً بمربع الضلع الآخر يعني ان

$\alpha = \text{سم ب د} - \alpha$ وهذه الصيغة ناتجة من كون سطح المربع
 يساوي مربع قاعدته بمقتضى (٧٠) فينبغي ان يكون المربع المرسوم
 على قطر اي مربع ضعف المربع المرسوم على ضلعه او يقال ان نسبة قطر
 المربع الى ضلعه :: $2 : 1$ فاذن قطر المربع وضلعه على نسبة
 غير مشتركة

واما غير ذلك من خواص المثلث القائم الزاوية فقد سبق توضيحه

(٧٨) مربع الضلع المقابل للزاوية الحادة من كل مثلث يساوي مجموع
 مربعي الضلعين الاخرين ناقصاً ضعف حاصل ضرب الضلع الذي يقع عليه
 العمود في القسم المجاور لتلك الزاوية

وذلك ان المثلثين α سم د و سم ب د من (شكل ٦١) من حيث انهما
 قائمي الزاوية فيضدان هاتين المعادلتين

$$\alpha = \alpha + \alpha \text{ د} \text{ و } \alpha = \alpha \text{ ب} - \alpha \text{ د}$$

فاذا وضعنا مقدار α سم د الاخير في مقدار α سم ب الاول صار هكذا

$$\alpha = \alpha + \alpha \text{ د} - \alpha \text{ د}$$

ليكن

ليكن (في شكل ٦١) الجزء $ا د = ا ب - ب د$ وفي (شكل ٦٢)
الجزء $ا د = ب د - ا ب$ فاذن يكون في صورتين

$$ا د^2 = ا ب^2 - ب د^2 \quad \text{او} \quad ا د^2 = ب د^2 - ا ب^2$$

ثم يغير في هذه الصيغة المقدار $ا ب$ الثاني بهذا المقدار وهو

$$ا ب^2 = ا ب^2 - ب د^2 + ب د^2$$

وهذا ما اردنا بيانه

(٧٩) مربع الضلع المقابل للزاوية المنفرجة في كل مثلث منفرج الزاوية
يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين زائدا ضعف حاصل ضرب القاعدة
في الجزء المجاور لتلك الزاوية كما في (شكل ٦٢)
وبرهان ذلك كما تقدم في الدعوى السابقة ان يقال

$$ب د^2 = ا ب^2 + ا د^2 - ٢ ا ب د \cos \angle ا ب د$$

$$\text{فينتج من ذلك ان} \quad ب د^2 = ا ب^2 + ا د^2 - ٢ ا ب د \cos \angle ا ب د$$

$$\text{لكن} \quad ب د = ا ب + ا د \quad \text{او} \quad ب د = ا د - ا ب$$

فاذن يكون $ب د^2 = ا ب^2 + ا د^2 - ٢ ا ب د \cos \angle ا ب د$ وهو
المطلوب

(٨٠) كل مثلث ممتد من رأسه الى منتصف قاعدته خط مستقيم كان ضعف
مجموع مربع هذا الخط ومربع نصف القاعدة مساويا لمجموع مربعي الضلعين
الآخرين

ولتكن $ا ب$ منتصف الخط $ا ب$ الذي هو قاعدة المثلث $ا ب د$
من (شكل ٦٣) والخط $ب د$ هو ارتفاعه فالمثلث $ب د د$ بمقتضى
بند (٧٨) يفيد هذه المعادلة

$$ب د^2 = ا ب^2 + ا د^2 - ٢ ا ب د \cos \angle ا ب د$$

والمثلث $\triangle ABC$ بمقتضى بند (٧٩) يفيد هذه المعادلة

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C$$

فاذا جمعنا هاتين المعادلتين واعتبرنا ان $\angle A = \angle C$ كان

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 + 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C$$

وهو المطلوب

وينتج من ذلك ان متوازي الاضلاع مجموع مربعات اضلاعه يساوى مجموع

مربعي قطريه

(٨١) النسب التي بين سطوح المثلثات المتشابهة كالنسب التي بين
مربعات اضلاعها المتناظرة

وذلك لان المثلثين $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ من (شكل ٦١) حيث كانا
متشابهين يتحصل منهما متناسبة نظمهها هكذا

$$AB : A'B' :: AC : A'C' :: BC : B'C'$$

وايضاً من حيث ان المثلثين $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ متساويان الزوايا يتحصل
منها متناسبة نظمهها هكذا

$$\sin A : \sin A' :: \sin B : \sin B' :: \sin C : \sin C'$$

فاذا ضربنا هاتين المتناسبتين على الترتيب يتحصل

$$AB \cdot AC \cdot \sin A : A'B' \cdot A'C' \cdot \sin A' :: BC \cdot BA \cdot \sin B : B'C' \cdot B'A' \cdot \sin B'$$

لكن حيث ان $AB \cdot AC \cdot \sin A$ ضعف سطح المثلث $\triangle ABC$ وان $A'B' \cdot A'C' \cdot \sin A'$

$\times \sin A'$ ضعف سطح المثلث $\triangle A'B'C'$ ايضاً ينتج ان النسبة بين سطوح

المثلثات المتشابهة كالنسبة بين مربعات اضلاعها المتناظرة

(٨٢) النسب التي بين سطحي كثيرى الاضلاع المتشابهين كالنسب التي بين
مربعات اضلاعها المتناظرة

وحيث ان كثيرى الاضلاع $ABCD \dots$ و $A'B'C'D' \dots$ من

(شكل

(شكل ٤٦) متشابهان فهما مركبان من عدة واحدة من مثلثات
ت و ح و و ت و ح و و متشابهة على التناظر وموضوعه بوضع
واحد فاذن يحصل بمقتضى الدعوى السابقة

$$ت : ت :: آ : آ$$

$$ح : ح :: س : س$$

$$و : و :: د : د$$

وجميع هذه المتناسبات متساوية لان الشكلى الكثيرى الاضلاع حيث انهما
متشابهان يكون

$$آ : آ :: س : س$$

$$آ : آ :: س : س$$

فاذن نسبة مجموع المقدمات التى هى ت + ح + و اى كثير الاضلاع
آ س د الى مجموع التوالى التى هى ت + ح + و اى كثير

الاضلاع آ س د كنسبة المقدم وهو آ : تالى به آ و بهذا
يثبت المطلوب

(٨٣) النسب التى بين سطوح الدوائر كالنسب التى بين مربعات انصاف
اقطارها او مربعات اقطارها او مربعات محيطاتها

فقد تقدم فى بند (٧٥) ان سطح الدائرة المشار له هنا بالحرف س = ب ر
باعتبار ان ر نصف قطر الدائرة وان ب هى نسبة المحيط الى القطر
فاذا فرضنا دائرة اخرى نصف قطرها ر كان بمقتضى ذلك س = ب ر
فاذن ينتج من هاتين المعادلتين متناسبة نظمها هكذا

$$س : س :: ب ر : ب ر$$

لكن حيث انه بمقتضى دعوى بند (٦٤)

س : س :: س : س

او س : س :: س : س

وان النسب بين انصاف الاقطار كالنسب بين الاقطار يكون ايضا

س : س :: س : س

فبسبب مساواة هذه التناسبات يكون

س : س :: س : س :: س : س

وبهذا اثبت المطلوب

* (الفصل الخامس) *

في دعاوى عملية هندسية متعلقة بالدعاوى النظرية المتقدمة

* (حل الدعاوى العملية بالعمل) *

(٨٤) كيف تستخرج النسبة بين مستقيمين

قبل الشروع في ذلك ينبغي ان يعلم ان مساحة البعد بين النقطتين الذي هو عبارة عن طول المستقيم المرسوم على الارض او على الورق هي البحث عن عدة مرات اشتماله على مستقيم آخر مأخوذ وحدة مقياس اصطلاحى كالمترا المعلوم المنقسم الى اعشار واعشار اعشار وهكذا وهو مقياس الاطوال فينشد اذا اردنا معرفة البعد بين نقطتين ا و ب على الارض نضع المتر على الخط ا ب ما يمكن من المرات فان بقى شئ فانه يقدر باجزاء هذا المقياس

وكيفية رسم الخط ا ب على الارض ان تغرس اوتاد مستقيمة في الارض قائمة عليها بحيث ان اقل وتد منها يستر ما عداه بالتحريز فينشد مواقع هذه الاوتاد تكون على خط واحد مستقيم فيما اذا كان سطح الارض افقيا او ذا ميل واحد وهذه الاوتاد تكون دائما موجودة في مستو واحد قائم على سطح الارض

ومن

ومن هنا يظهر ان النسبة بين خطين هي عبارة عن النسبة بين العددين الدالين على عدة مرات دخول خط آخر من نوع واحد في هذين الخطين مثلا اذا كان طول يساوى ١٨٥ و آخر يساوى ٥٢٥ وكانت النسبة بين هذين الطولين كنسبة ١٨٥ : ٥٢٥ :: ١٨٥٠ : ٥٢٥٠
٢١ : ٧٤ ::

فاذا كان هذان الخطان مرسومين على الورق امكن استخراج النسبة التي بينهما سواء كانت تحديدية او تقريبية بالقاعدة الحسابية المستعملة في استخراج القاسم الاعظم المشترك بين عددين

(٨٥) ما كيفية رسم مثلث اذا علمت اضلاعه الثلاثة

لتسكن الخطوط الثلاثة م و ن و ط من (شكل ٢٥) فترسم
اولا ا - م = م ونجعل النقطة ا مركزا ويبعد نصف قطريساوى ن
نرسم قوسا ضه ط ثم نجعل ايضا النقطة م مركزا ويبعد نصف قطر
يساوى ط نرسم قوسا آخر وليكن ت غ بحيث ان هذا القوس
يقطع الاول في النقطة س فاذا مددنا مستقيمين س ا و س م حدث
مثلث ا - م - س هو المثلث المطلوب

ويظهر من هذا العمل ان القوسين ضه ط و ت غ لا يمكن تقاطعهما
وحدوث المثلث الا اذا كان اكبر الخطوط المفروضة اصغر من مجموع الخطين
الآخرين

(٨٦) كيف ينصف خط مستقيم معلوم

كيفية ذلك ان يجعل كل من نهايتي الخط ا - م من (شكل ٦٦) مركزا
ويبعد نصف قطرا كبر من نصف هذا الخط نرسم قوسين يتقاطعان فوق الخط
وتحتيه في نقطتين س و د فحينئذ يكون المستقيم س د عمودا على
ا - م وذلك لان النقطتين س و د من حيث ان بعدهما عن النقطتين
ا و م واحد بالعمل يلزم ان يكون وقوعهما على العمود القائم على
منتصف ا - م كما في بند (٢٤) لكن حيث ان النقطتين يعينان امتداد

الخط المستقيم فاذن $س د$ ينصف المستقيم $ا ب$
 (٨٧) كل نقطة مفروضة على خط مستقيم لنا ان نخرج منها عمودا على
 ذلك الخط

فناخذ على يمين النقطة $س$ المفروضة ويسارها جزئين متساويين وليكونا
 $س د$ و $ا س$ كما في (شكل ٦٧) ثم نجعل كلا من النقطتين $ا$ و $د$
 مركزا وببعد نصف قطرا كبر من $ا س$ نرسم قوسين يتقاطعان في $ع$
 فيكون المستقيم $س ع$ هو العمود المطلوب لان النقطة $ع$ من حيث
 ان بعد ها واحد من النقطتين $ا$ و $د$ بالعمل تكون واقعة على العمود
 القائم على منتصف $ا د$ فاذن $س ع$ هو العمود المطلوب
 (٨٨) كيف ننزل من نقطة مفروضة خارج خط مستقيم عمودا على ذلك
 المستقيم

فنجعل نقطة $س$ المفروضة خارج المستقيم $ا ب$ من (شكل ٦٨)
 مركزا وببعد نصف قطري يكون كافيا في التقاطع نرسم قوسا يقطع $ا ب$
 في نقطتين $ع$ و $ف$ ثم نجعل كلا من هاتين النقطتين مركزا وببعد ذلك
 النصف قطر نرسم قوسين آخرين يتقاطعان في $د$ فيكون المستقيم $س د$
 عمودا على منتصف $ع ف$ فهو عمود ايضا على المستقيم $ا ب$ وذلك
 لان النقطتين $س$ و $د$ بعد كل منهما عن نقطتي $ع$ و $ف$ واحد
 (٨٩) كل نقطة مفروضة لنا ان نرسم منها خطا موازيا لخط مستقيم
 مقروض

فنجعل النقطة $س$ المفروضة مركزا وببعد نصف قطر كاف مثل $س د$ من
 (شكل ٦٩) نرسم قوسا غير محدود وليكن $د$ ثم نجعل النقطة $د$
 ايضا مركزا وببعد هذا النصف قطر بعينه نرسم قوسا $س ا$ وناخذ من
 القوس غير المحدود $د$ $ا س$ ونرسم مستقيما $س د$ فيكون هو
 الموازي المطلوب

وبيان ذلك ان الزاويتين $د س ا$ و $ا س د$ المتبادلتين بالدخول

متساويتان

متساويتان بالعمل فاذن الخطان $ا ب$ و $س د$ هما متوازيان
وهنا طريقة اخرى في حل هذه الدعوى العملية وهي ايضا صحيحة في العمل
وهي ان تجعل النقطة $س$ مركزا وبعد نصف قطر نرسم قوسا $خ ض$
ماسا للخط $ا ب$ وكذا نجعل النقطة $ف$ المفروضة على الخط $ا ب$ مركزا
وبعد نصف القطر بعينه نرسم قوسا $ظ ت$ ثم نضع مسطرة تكون حافتها مارة
بالنقطة $س$ ومماسا للقوس $ظ ت$ فالمستقيم $س د$ المعين بهذه
الطريقة هو الموازي المطلوب

(٩٠) كيف نرسم من نقطة مفروضة خارج خط مستقيم خطا يحدث منه
مع الاول زاوية تساوي زاوية معلومة

فلتكن $س$ هي النقطة المفروضة خارج المستقيم $ا ب$ كما في (شكل ٧١)
و $م$ هي الزاوية المفروضة فلنعين على الخط $ا ب$ نقطة كيف كانت ولتكن
 $د$ ونرسم منها مستقيما $د ه$ بحيث ان الزاوية $ه د ب = م$ ثم نرسم
من النقطة $س$ مستقيما $س ه$ موازيا $د ه$ فينبئذ الزاوية $ه س د$
 $= ه د ب$ وهذا هو حل الدعوى

(٩١) كيف نقسم الزاوية الى قسمين متساويين
لاجل تقسيم الزاوية $ا س ب$ من (شكل ٧٣) الى قسمين متساويين نجعل
رأسها وهي $ا$ مركزا وبعد نصف قطر $ك$ كيف كان نرسم قوسا $م ن$ ثم
نجعل كلا من النقطتين $م$ و $ن$ مركزا وبعد نصف قطرا كبيرا من نصف
 $م ن$ نرسم قوسين يتقاطعان في $د$ ونصل $ا د$ فينبئذ المستقيم $ا د$
يقسم الزاوية $ا س ب$ الى قسمين متساويين

وبرهان ذلك ان يقال حيث ان النقطتين $ا$ و $د$ بعدهما واحد من طرفي
الوتر $م ن$ يكون اذن المستقيم $ا د$ عمودا على منتصف هذا الوتر فاذن
هو يقسم القوس $م ن$ والزاوية $ا س ب$ الى قسمين متساويين

وبهذا العمل يمكن تقسيم اي قوس الى اربعة اقسام متساوية او ثمانية او ستة
عشر الخ

(٩٢) كيف نقيم عمودا على نهاية خط مستقيم من غير ان نعلمه
فلنعين نقطة س من (شكل ٧٤) بحيث تكون في داخل القائمة ع ا ب
التي تحدث من الخط المفروض والعمود المطلوب ثم نجعل هذه النقطة مركزا
وبعد نصف قطر يساوي اس نرسم محيطا ا د ش ع ومن النقطة
د التي قطع فيها المحيط المستقيم ا ب نرسم قطرا د ع ثم نصل بين النقطتين
ا و ع بخط مستقيم فيكون المستقيم ا ع عمودا على ا ب وذلك
ان الزاوية ع ا د المرسومة في المحيط مساحتها ربع محيط ا د ش ع
فان هذه الزاوية قائمة بمقتضى بند (٣٨) و (٤٠)

فاذا اردت حل هذه الدعوى العملية على الارض فلتضع نفسك في جهة مثل
س ثم تمد جبلا بطول اس من س الى د على وجه ان د يكون
على استقامة ا ب ثم تمد هذا الجبل من س الى ع على استقامة
س د المعلمة بالاوتاد فينتهذ المستقيم ا ع يكون هو العمود المطلوب
ولا يخفى ان هذا العمل يرجع الى السابق

(٩٣) كيف يرسم من نقطة مقروضة خط مماس لدائرة
اذا كانت النقطة ا من (شكل ١٩) على المحيط فكيفية ذلك ان ترسم
نصف قطر اس وتقيم عليه عمودا ا ب يكون هو المماس المطلوب في
النقطة ا بموجب (٣٦)

واذا كانت ا خارج المحيط فكيفية ذلك ان تصل بين هذه النقطة و س
التي هي مركز الدائرة المقروضة بمستقيم اس وترسم على الخط اس الذي
هو بمنزلة القطر محيطا ا ب د فان المستقيمين ا ب و ا د الواصلين
بين النقطة ا المقروضة ونقطتي تقاطع الدائرتين يكونان مماسين للدائرة
س د الاولى وهذا ظاهر لان كل من الزاويتين س د ا و س د ا
قائمة بمقتضى بند (٣٨) و (٤٠) والمثلثان اس د و ا د س من
حيث انهما متساويان ينتج ان الزاويتين س ا د و د ا س تكونان
ايضا متساويتين فاذن لاجل ان تماس دائرة اضلاع زاوية يلزم ان يكون مركزها

على الخط المستقيم الذي يقسم هذه الزاوية قسمين متساويين

(٩٤) كيف ترسم دائرة في مثلث

ينتج من حل الدعوى العملية السابقة انه لاجل رسم دائرة في مثلث يجب
قسمة زاويتين من زوايا هذا المثلث الى قسمين متساويين لان نقطة تقاطع خطي
القسمتين هي مركز الدائرة المطلوبة

واما نصف القطر وهو $وك$ من هذه الدائرة فمعلوم انه يكون مساويا للعمود
النازل من المركز $و$ على احد الاضلاع وهو $اس$ من المثلث $اسه$
كما في (الشكل ٧٦)

(٩٥) كيف ترسم محيطا يمر بثلاث نقط مفروضة على خط غير مستقيم
لتكن النقط المفروضة $ا$ و $و$ و $س$ من (شكل ٧٧) فصلها بمستقيمين
 $ا-و$ و $و-س$ وعلى منتصف $ا-و$ اقم عمودين $د-و$ و $ح-و$
فالنقطة $و$ التي هي نقطة تقاطع هذين العمودين تكون على بعد واحد من
النقط $ا$ و $و$ و $س$ الثلاثة فهي مركز الدائرة المبحوث عنها
ولا تعسر البرهنة على انه لا يمكن الامر ومحيط واحد بالنقط $ا$ و $و$ و $س$
الثلاث ومن المعلوم انه اذا كانت هذه النقط الثلاث على خط مستقيم
فالدعوى العملية غير ممكنة

وبطريقة البرهنة المتقدمة يبرهن على الدعوى العملية التي الغرض منها مرور
محيط برؤس ثلاث زوايا من مثلث او استخراج مركز دائرة أو قوس

فالنقط $ا$ و $و$ و $س$ المفروضة على الارض المتباعدة عن بعضها
كثيرا اذا لزم رسم محيط يمر بها فامسح بواسطة الغرافومتر زاوية $ا-س$ من
(شكل ٧٨) واختر نقطة اخرى مثل $س$ يكون الغرضان $ا$ و $و$ منظورين

منها كما ينظران من الزاوية $س$ يعني بحيث تكون $ا-س = ا-س$
فمجموع هذه النقط يحدد قوس الدائرة المطلوبة التي ترسم بعد ذلك كما يراد
ولا لجل تكميل المحيط تفرض ايضا نقط اخرى مثل $ح$ و $د$ بحيث تكون

كل زاوية من الزوايا $ا و ح و س و ا و ت و س$ الخ مساوية لباقي
 طرح الزاوية $ت$ من القائمتين
 (٩٦) كيف ترسم قطعة دائرة على خط مستقيم مفروض تحتوي على زوايا
 تساوي زاوية معلومة

فليكن $ا ب$ المستقيم المفروض و $س$ الزاوية المفروضة والغرض ان
 نرسم على هذا المستقيم القوس $ا ك$ بحيث تكون فيه كل الزوايا المرسومة
 وهي $ك و ك$ الخ مساوية للزاوية $س$ كما في (شكل ٧٩)
 فارسم الزاوية $م ا ب = س$ واقم $ا و$ عمودا على $ا م$ واقم كذلك
 $و د$ عمودا على منتصف $ا ب$ فالنقطة $و$ المشتركة بين هذين العمودين
 تكون مركز القوس $ا ك$ المطلوب
 وذلك لان الزاويتين $م ا ب و ك$ متساويتان لان مساحة كل منهما نصف
 القوس $ا ب$ كما في بند (٤٠) و (٤١) ولكن بالعمل $م ا ب = س$
 فاذن $ك = س$

ويستعمل هذا الحل في اخذ صورة الارض كما سيأتي
 (٩٧) كيف يستخرج خط متناسب رابع لثلاثة خطوط مفروضة
 لتكن الخطوط الثلاثة المفروضة $م و ك و ط$ من (شكل ٨٠)
 فعلى الضلع $خ ا$ من الزاوية $ا$ المختارة خذ مبتدئا من النقطة $ا$ الخطين
 $م و ك$ الاولين على التعاقب وعلى الضلع $ا ض$ الآخر خذ مبتدئا
 كذلك من النقطة $ا$ الخط $ط$ الثالث وصل بخطبين طرفي $م و ط$
 وبطرف $ك$ ارسم $د ع$ على الموازاة من $س$ فالجزء $س د$ يصير
 متناسب الرابع المطلوب لانه بسبب توازي $د ع و س$ يكون $م : ك$
 $:: ط : خ$

وبمثل هذا الوجه يستخرج متناسب الثالث للخطين $ا و ب$ المفروضين
 لانه عين متناسب الرابع للثلاثة خطوط $ا و ب و ب$
 (٩٨) كيف يقسم خط مفروض الى اجزاء متساوية كما يراد

ليكن

ليكن المطلوب قسمة الخط AB من (شكل ٨١) الى خمسة اجزاء متساوية
فبالطرف A ارسم مستقيماً AS غير متناه وخذ على هذا المستقيم خمس
اجزاء متساوية مثل خط A وصل بين النقطة S التي هي آخر نقطة القسمة
والنقطة B التي هي طرف المستقيم AB وارسم SD موازياً لـ SB
فهذا يصير AD خامس جزء من AB كما في بند (٤٦)
وهذه الطريقة يمكن ان تختلف بعدة اوجه مختلفة ولنذكر طريقة اخرى صحيحة
محررة جداً في الاستعمال فنقول

ليكن AB من (شكل ٨٢) دائماً هو الخط المطلوب قسمته فارسم كما تريد
مستقيماً SD غير متناه ومن النقطة A ارسم مستقيماً AE موازياً لـ SD
وضع على كل خط من هذه المتوازيات خمسة اجزاء متساوية وصل جميع نقاط
القسمة المتقابلة بمستقيمات AD و HO و SR و HL و ME فحيث
انها متوازية ومتساوية الابعاد تقسم AB الى خمسة اجزاء متساوية كما في
(شكل ٨٢)

(٩٩) كيف يرسم من نقطة مفروضة في داخل زاوية معلومة خط مستقيم
جراًه الداخلان بين تلك النقطة وضلعي الزاوية متساويان
فليكن D هي النقطة المفروضة في داخل الزاوية SAS من (شكل
٨٣) فيرسم من هذه النقطة خط DE موازاً لـ AB ويجعل $EF =$
 AE ويرسم مستقيم FD فيصير بالضرورة منقسمين الى قسمين متساويين
في النقطة D انظر بند (٤٦)

(١٠٠) كيف يرسم على خط مستقيم مفروض مثلث مشابه لمثلث مفروض
ليكن ASB من (شكل ٦١) المثلث المفروض والغرض ان يرسم على
 AS مثلث ASB مشابه للاول فلاجل ذلك ترسم زاوية $A = A$
وزاوية $S = S$ بمقتضى بند (٨٩) فالمستقيمان ASB و ASB
يتلاقيان في النقطة S التي تصير مناظرة للنقطة S وبهذا تنحل
الدعوى العملية

لكن يمكن بطريقة اسهل من تلك عمل مثلث $آسـ$ مشابه للمثلث $اسـ$ بالبحث اولا عن المتناسب الرابع لثلاثة خطوط $ا - و اسـ و آـ$ ثم عن المتناسب الرابع الاخر لثلاثة خطوط $ا - و سـ و آـ$ فينتد يتوصل الى معرفة الاضلاع الثلاثة من المثلث $آسـ$ الذي يعمل بواسطة الطريقة المذكورة بمقتضى بند (٨٥)

ثم ان تحويل السطح المستوى الى سطح اصغر منه يمكن ان يصنع بواسطة احدى هاتين الطريقتين لانه اذا كانت كل النقط الاصلية من هذا السطح المستوى مجموعة بواسطة مثلثات وعملنا مثلثات اخرى مشابهة لها وموضوعة على وضع واحد واضلاعها تكون بالنسبة لاضلاع الاولى على النسبة المفروضة فانما تجد صورة السطح المستوى المطلوب

وسيبقى الكلام على هذا الغرض وبدل ان تتبع الطريقة الصعبة التي فرغنا من بيانها في استخراج متناسب رابع لثلاثة خطوط مفروضة يكون الان سهل لنا ان نستعمل المقاييس التي اطو الهاتكون على ذات النسبة التي بين الخطوط المتناظرة من شكل ومن صورته المنسوخة منه فلهذا اوجب علينا ان تكلم على عمل المقاييس فنقول

(١٠١) كيف يعمل مقياس متساوى الاجزاء كما في (شكل ٨٤) المراد بالمقياس الخط المستقيم المستعمل لقياس جميع خطوط سطح مستو اوخرطة فاذا لم يكن معك تفاصيل دقيقة تريد رسمها فاستعمل في اغلب الاوقات المقاييس المعمولة كما تراه في اسفل (شكل ٨٤) واستعمل في عكس ذلك المقاييس الاعشارية ولندكر طريقة عملها فنقول

لنفرض ان المراد اخذ عشر المسافة الذي هو $ا م$ ولنفرضه ميتر مثلا فنرفع على المستقيم $اسـ$ من الشكل المذكور عمودا $اسـ$ ونضع على هذا العمود مثل المسافة $ام$ عشر مرات او عشر مسافات متساوية ثم نعد من جميع نقط القسمة خطوطا موازية للخط $ا -$ ثم نعد موازى $سـ م$

و غ ٥ و ض ط الخ فتصير متساوية الابعاد لان المسافات ام
و م ٥ الخ و س غ و غ ضه الخ متساوية بالعمل وبهذه الطريقة
جزء الموازي الاول (ل ا) المشتبك في المثلث ت س د يصير عشر ام
أو عشر متر و جزء الموازي الثاني المشتبك كذلك يصير $\frac{٢}{٣}$ ام وهلم جرا
فاذا اردنا الان اخذ طول قدره ١٦ مترا و $\frac{٤}{٣}$ مثلا فخذ بالبيكار من
(٤ ٤) جزء الموازي الداخل بين ع ف والمائل و ظ واذا اردت ايضا
اخذ طول قدره ٢٨٥٥ مترا فخذ جزء الموازي الداخل بين ح ش
و غ ٥ والمتوسط بين الاثنين الاخرين وهما (٥ ٥) و (٦ ٦)
وفي الاستعمال ينوب عن الحرفين ف ه العددين ١٠ و ٢٠ وعن
الحروف ع و ح و ت و ص و س الخ الاعداد ١ و ٢
و ٣ و ٤ و ٥ الخ

(١٠٢) كيف يستخرج وسط متناسب بين خطين مقروضين

(الحل الاول لهذه الدعوى)

هو ان تضع بالتعاقب على المستقيم غ ضه غير المتناهي الخطين ا و س
المقروضين كما في (شكل ٨٥) وتجعل غ ضه الذي هو مجموع هذين الخطين
بمنزلة قطر ترسم عليه نصف محيط ومن النقطة ظ التي هي نهاية الجزء غ ظ
== ا تقيم على غ ضه عمودا فيكون ظ و هو الوسط المتناسب المطلوب
وبيان ذلك انه بموجب خاصية الدائرة المذكورة في بند (٥٤) يكون
غ ظ : ظ و :: ظ و : ظ ضه أو ا : ظ و :: ظ و : س

(الحل الثاني)

هو ان ترسم على الخط الاكبر وهو س ا و غ ضه نصف محيط وتضع الخط
ا على الخط س يعني تجعل غ ظ = ا ومن النقطة ظ التي هي نهاية
المستقيم ا اقم ظ و عمودا على غ ضه ثم ارسم و ترا غ و فيصير
هو الوسط المتناسب المطلوب انظر بند (٥٤)

(١٤) م

ولاجل استخراج الوسط المناسب بين عددين اضرب احدهما في الآخر فذر
حاصل الضرب هو الوسط المناسب كما هو مقرر في علم الجبر
(١٠٣) كيف يقسم خط الى متناسبة ذات وسط وطرفين

ليكن المستقيم ا ب هو المطلوب قسمته الى متناسبة ذات وسط وطرفين فاقم
س ا عمودا على ا ب وخذ م ا = $\frac{1}{2}$ ا ب واجعل النقطة س
مركزا ويعد نصف القطر س ا ارسم محيطا وصل س ب وخذ س ج
= د فالنقطة د تقسم ا ب كما يقتضيه منطوق المسئلة
وذلك لانه بسبب ان ا ب مماس للمحيط يكون يقتضى بند (٥٦)

$$ش ب : ا ب :: ا ب : س د$$

$$ثم ش ب - ا ب : ا ب :: ا ب - س د : س د$$

$$لكن ش ب - ا ب = ا ب = ش ب - س د = س د$$

$$و ا ب - س د = ا ب - س د = ا ب = س د$$

فاذن المتناسبة السابقة تصير هكذا س د : ا ب :: ا ب : س د

فاذا وضعنا الوسيطين موضع الطرفين ووضعنا س د موضع س د يكون
ا ب : س د :: س د : ا ب

ومن حيث ان ا ب اكبر من س د يكون ضرورة س د < من ا ب
فاذن الجزء س د الذي هو اكبر جزء من الخط ا ب هو الوسط المناسب
بين ا ب و س د

ويتضح بهذا العمل ان الخط القاطع وهو س د منقسم في النقطة د
الى متناسبة ذات وسط وطرفين

(١٠٤) كيف يستخرج ضلع من مربع مكافئ لمستطيل مفروض
ليكن س و ش قاعدة المستطيل المفروض وارتفاعه و غ ضلع المربع
المطلوب فن الواضح انه يقتضى نص المسئلة يلزم ان يكون

$$س \times ش = غ^2 او س : غ :: غ : ش$$

يعنى ان ضلع المربع هو الوسط المناسب بين قاعدة المستطيل وارتفاعه فاذن

تحل

تحل هذه الدعوى العملية بطريقة بند (١٠٢)

(١٠٥) كيف يحول مضلع مستقيم الخطوط ايا كان الى مضلع آخر مكافئ له وناقص عنه ضلعاً

لنفرض ان المضلع المفروض ذو اربعة اضلاع $a-b-c-d$ كافي (شكل ٧٢) وان الغرض تحصيل مثلث مكافئ له فلاجل هذا نرسم as الذي هو قطر الشكل ونرسم من النقطة s مستقيماً se موازياً لهذا القطر ومنتهاها الى الضلع $a-b$ الممدود بالكفاية ثم نجمع النقطتين e و s فيتحصل مثلث ase يكون مكافئاً للذي الاضلاع الاربعة $a-b-c-d$ ولاجل البرهنة يلزم ان نعتبر ان المثلثين ase و ase متساويان في السطح بسبب ان لهما قاعدة واحدة هي ase وارتفاعاً واحداً لان رأسهما موضوعان على خط واحد مواز للقاعدة فينتئذ اذا اضفنا الجزء المشترك ase من جهة المثلث ase ومن اخرى المثلث ase كان هذان المجموعان متساويين فينتئذ المثلث ase يكون مكافئاً للذي الاضلاع الاربعة $a-b-c-d$

ومن هنا يفهم امكان تحويل مضلع ايا كان الى مثلث مكافئ له لانه اذا كان الغرض مثلاً عمل ذلك في مخمس فانه يحول بالطريقة السابقة الى ذي اربعة اضلاع مكافئ له ثم يستخرج مثلث مكافئ للذي الاربعة اضلاع المذكور

(١٠٦) كيف يستخرج مربع مكافئ لمضلع مفروض

يلزم في حل هذه الدعوى العملية بالرسم ان يحول المضلع المفروض الى مثلث مكافئ ثم يؤخذ بطريقة قضية بند (١٠٢) وسطاً متناسباً بين قاعدة هذا المثلث ونصف ارتفاعه وهذا الوسط متناسب بكون ضلع المربع المطلوب بمقتضى بند (٧٢) وبند (١٠٤)

ومن هنا ينتج ان جميع الاشكال المستقيمة الخطوط تكون قابلة للتربيع تنبيه * لاجل عمل مربع مكافئ لدائرة يلزم ان يكون ضلع هذا المربع وسطاً متناسباً بين محيط الدائرة المقروضة وربيع قطرها لكن حيث ان النسبة العددية

بين هذين الخطين غير مشتركة القياس ينتج ان تربيع الدائرة غير ممكن لكن
سطح المربع المتحصل بهذه الطريقة يكون اقل من سطح الدائرة بقدر قرب
النسبة المذكورة من هذا السطح

(١٠٧) كيف يرسم مربع في دائرة

ارسم قطرين $اسه$ و $سد$ كما في (شكل ٨٧) واجعل احدهما عمودا
على الآخر بمقتضى بند (٨٦) فالخطوط الاربعة المستقيمة التي تجمع اطرافهما
تصير اضلاع المربع $اسه د$ المرسوم في الدائرة وهذا واضح

ومن الواضح ايضا ما يلزم عمله لاجل رسم مربع على هذه الدائرة ولا تعسر
البرهنة على ان المربع المرسوم على الدائرة هو ضعف المربع المرسوم فيها

فاذا قسمنا كل ربع من المحيط الى قسمين متساويين ووصلنا نقط القسمة يحدث
المثلث المنتظم المرسوم في الدائرة ومن هذا يمكن الانتقال الى مضلع آخر منتظم
ذى عدة اضلاع ضعف عدة اضلاع الاول انظر بند (٩١) فحينئذ جميع
المضلعات المنتظمة القابلة للرسم في الدائرة او عليها بواسطة المربع هي
مضلعات لها من الاضلاع ٤ و ٨ و ١٦ و ٣٢ الخ

(١٠٨) كيف يرسم مسدس منتظم في دائرة

ضع نصف قطر الدائرة المفروضة ست مرات وضعامتواليا على محيط الدائرة
كما في (شكل ٤٥) لان ضلع المسدس المنتظم يساوي نصف قطر الدائرة
المرسومة عليه انظر بند (٦١)

فاذا وصلنا نقط القسمة الستة مثني يحصل المثلث المتساوي الاضلاع المرسوم
في الدائرة ومن المعلوم ان هذا المثلث هو ربع المثلث المتساوي الاضلاع
المرسوم على الدائرة

وكل المضلعات القابلة للرسم في الدائرة او عليها بواسطة المسدس المنتظم هي

مضلعات لها من الاضلاع ٣ و ٦ و ١٢ و ٢٤ الخ

(١٠٩) كيف يرسم معشر منتظم في دائرة

يتقسم كما في (شكل ٤٧) نصف قطر الدائرة المفروضة الى متناسبة ذات وسط

وطرفين

وطرفين فالجزء الاكبر من هذا النصف قطري يكون الضلع المعشر المنتظم
المرسوم في الدائرة انظر بند (٦٢) فاذا وصلنا نقط القسمة العشرة مثنى يحصل
الخمس المنتظم فينتج من هذا ومما سبق ان كل المضلعات المنتظمة القابلة للرسم
في الدائرة او عليها بواسطة المعشر هي مضلعات لها من الاضلاع ٥ و ١٠

و ٢٠ و ٤٠ الخ

(١١٠) كيف يرسم ذو الخمسة عشر ضلعا في دائرة

القوس الموتري ضلع من اضلاع ذي الخمسة عشر يساوي القوس المسدس
الاقوس المعشر وذلك ان القوس المسدس يساوي $\frac{4}{5}$ او $\frac{2}{5}$ من زاوية
قائمة وقوس المعشر يساوي $\frac{2}{5}$ او $\frac{4}{5}$ فينشذ فرق هذين القوسين يساوي
 $\frac{2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{0}{5}$ من الزاوية القائمة وهذا بالتحرير هو قوس ضلع ذي
الخمس عشر ضلعا فبواسطة هذا المضلع يمكن ان يرسم في الدائرة او عليها جميع
المضلعات التي لها من الاضلاع ١٥ و ٣٠ و ٦٠ الخ

(تنبيه) الدعاوى العملية المتقدمة تجري في رسم الاستحكامات
المنتظمة

* (حل الدعاوى العملية بالحساب) *

(١١١) كيف يقام عمود على مستقيم على الارض بواسطة حبل
قد تقدم حل هذه الدعوى العملية في بند (٩٢) لكن حلها هنا مبني على
خاصية المثلث القائم الزاوية ويمكن ان يستعمل فيما اذا لم يوجد فضاء سوى
المسافة الداخلة بين ضلعي الزاوية القائمة

فلنفرض ان الخط المستقيم هو س ه ا كما في (شكل ٨٨) وان الغرض ان
يقام عليه من النقطة س عمود س د فاقسم حبلنا الى ثلاثة اقسام
متناسبة مثل تناسب ٢ و ٤ و ٥ واربط طرفيه في وتد ظ وبعد
عمل س ه ظ = ٣ قوت هذا الحبل خلف وتد س وشده بحيث ان
جزئيه س ه و ه ظ يحدان الزاوية ض ه ويكون احدهما
مساويا ٤ والاخر مساويا ٥ ثم اغرس اوتادا في استقامة الوتدين س ه

و ضة فالمستقيم سه ضه يكون هو العمود المطلوب وذلك لان المثلث سه ظ ضه هو قائم الزاوية في سه لان مربع اكبر الاضلاع يساوي مجموع مربعي الضلعين الاخرين انظر بند (٥٣) و (٧٧)

(١١٢) كيف تؤخذ مساحة عرض نهر على فرض انه لم يكن هنالك آلة اخرى غير المتر

أقم كما في (شكل ٨٩) على الخط ا سه الذي هو عمود على مجرى الماء عمودا سه ع بالطريقة السابقة وخذ سه د كيف ما اتفق وخذ د ع مناسبة سه د وضع الشواخص في استقامة ا د واقم من النقطة ع عمودا ع ف وابحث عن نقطة التلاقى ف ثم قس سه و سه د و د ع و ع ف ف بهذا العمل يحدث مثلثان ا د سه و ف د ع متشابهان فاذن د ع : ع ف :: سه د : سه ا

وبتحديد سه ا بهذه الكيفية يحصل عرض النهر وهو ا - سه ا سه ع فيفرض ان النقطة ا شئ محسوس على الشط المقابل للشط الذي نحن به مثل حجر ضخم او شجرة

مثال ذلك ان نفرض ان سه ع = ٤ و سه د = ٣٠ و د ع = ٢٠ = ع ف و ف = ٤٥ فيكون

$$٢٠ : ٤٥ :: ٣٠ : سه ا = \frac{٢٧٠}{٤} = ٦٧.٥$$

$$\text{فاذن } ا - سه ا = ٦٧.٥ - ٤ = ٦٣.٥$$

(١١٣) كيف يعرف طول ما وارتفاع شئ لا يمكن الوصول اليه على فرض انه ليس هنالك آلة الا المتر كما تقدم

لنفرض ان سه ط كما في (شكل ٩٠) الطول او الارتفاع المطلوب معرفته وان المسافة سه لا يمكن الوصول اليها الا في النقطة سه وان سطح الارض ط د افق او ذو منحدر واحد

فَتَصْنَعُ شَاخِصَيْنِ مُسْتَقِيمَيْنِ وَلَا بَاسَ أَنْ يَكُونَا مُتَسَاوِيَيْنِ فِي الطُّوْلِ وَتُرَكِّزُهُمَا
قَائِمَيْنِ أَحَدُهُمَا فِي سـ وَالْآخَرُ فِي أ وَلْيَكُنْ مِثْلًا سـ ف و أـ
أَرْتَفَاعِي هَذَيْنِ الشَّاخِصَيْنِ ثُمَّ ابْحَثْ وَاضْعَا رَأْسَكَ بِقَرْبِ الْأَرْضِ عَنِ النِّقْطَتَيْنِ
سـ و د اللَّتَيْنِ فِيهِمَا الشَّعَاعَانِ صـ ف و صـ ع المَارَانِ بِنَهَايَةِ كُلِّ
مِنِ الشَّاخِصَيْنِ وَبِنَهَايَةِ النَّهْيِ الْمَطْلُوبِ مَعْرِفَةَ طَوْلِهِ أَوْ أَرْتَفَاعِهِ بِتَسْلَاقِيَانِ مَعَ
سَطْحِ الْأَرْضِ الَّذِي هُوَ سـ د ثُمَّ قَسْ أَقْسَامَ هَذَا الْخَطِّ وَهِيَ د أ و أ سـ
و سـ سـ وَقَسْ أَيْضًا طَوْلَ كُلِّ مِنَ الشَّاخِصَيْنِ وَاسْتَعْمَلْ فِي حِسَابِ الْأَرْتِفَاعِ
ضـ ط الطَّرِيقَةَ الَّتِي نَذْكُرُهَا فَنَقُولُ

إِذَا افْرَضْنَا لِأَجْلِ الْإِخْتِصَارِ أَنَّ د أ = أ و أ سـ = سـ و سـ سـ
= سـ و أ ع = سـ ف = شـ و سـ ط = غ و ط صـ
= ضـ فَالْمِثْلَانِ سـ سـ ف و سـ ط صـ الْمُتَشَابِهَانِ يَفِيدَانِ
مُنَاسَبَةَ نَظْمِهَا هَكَذَا

سـ : شـ :: سـ + غ : ضـ
وَكَذَلِكَ الْمِثْلَانِ د أ ع و د ط صـ الْمُتَشَابِهَانِ يَفِيدُ مُنَاسَبَةَ نَظْمِهَا هَكَذَا
أ : شـ :: أ + سـ + سـ + غ : ضـ
وَحَيْثُ كَانَتْ التَّوَالِي مُتَّحِدَةً فِي الْمُنَاسَبَتَيْنِ صَاحِبِ أَنْ تَكُونَ النَتِيجَةُ هَكَذَا
أ : سـ :: أ + سـ + سـ + غ : ضـ
فَيَنْتَجِ مِنْهُ

$$غ = \frac{(سـ + سـ) سـ}{سـ}$$

فَإِذَا بَدَلْنَا هَذَا الْمَقْدَارَ فِي الْمُنَاسَبَةِ الْأُولَى تَحْصُلُ مَعْنَا

$$ضـ = \frac{شـ (أ + سـ)}{سـ}$$

بَعْنَى أَنْ نَسَبَةَ قَاضِلِ الْقِطْعَتَيْنِ د أ و سـ سـ إِلَى بَعْدِ الْمَسَافَةِ سـ د
كَنَسَبَةِ أَرْتِفَاعِ الشَّاخِصَيْنِ الْمُشْتَرَكَيْنِ إِلَى الْأَرْتِفَاعِ الْمَطْلُوبِ

(١١٤) كَيْفَ يَسْتَخْرَجُ مَقْدَارَ الزَاوِيَةِ الْمُرْكُزِيَّةِ وَمَقْدَارَ الزَاوِيَةِ الْمَحِيطِيَّةِ
إِذَا عَلِمَ عِدَدَ اضْلَاعِ الْمُضَلَعِ الْمُنْتَظَمِ

فحيث انه يوجد من الزوايا المركزية بقدر عدة اضلاع المضلع وان جميع هذه الزوايا متساوية تكون احداها اذن مساوية لاربع زوايا قائمة مقسومة على عدة اضلاع المضلع فاذا اشرنا لهذه العدة بالحرف ع تكون الزاوية المركزية
$$\frac{4 \text{ زوايا قائمة}}{ع} =$$
 ولما كان مجموع زوايا المضلع ايا كان

يساوى مرارا من جنس القائمتين بقدر عدة اضلاع المضلع الاثنتين كما في بند (٤٤) وكان في المضلع المنتظم جميع الزوايا متساوية ينتج ان كل واحدة منها مساوية لمجموعها مقسوما على عدتها فاذن تكون الزاوية المحيطية

او زاوية المضلع
$$\frac{2 \text{ قائمة} (ع-2)}{ع} =$$
 فينتج من هذا ان الزاوية المركزية

وزاوية المضلع يساويان معا زاويتين قائمتين فينتج من ذلك ان كل دعوى علمية نذكرها فنقول هي اذا كانت قلعة محصنة تحصينا منتظما وعلم منها الزاوية المصنوعة من بردين متتاليتين اى ساترتين فكيف يستخرج عدد البستيونات

وكانت عادة المهندسين قبل استعمال المذهب المسترى الجديد في فرنسا انهم يستعملون قسمة المحيط الى ٣٦٠ درجة والدرجة الى ٦٠ دقيقة والدقيقة الى ٦٠ ثانية وهلم جرا ولكن بسبب فائدة القسمة الاعشارية اختاروا تقسيم المحيط الى ٤٠٠ درجة وكل درجة الى ١٠٠ دقيقة وكل دقيقة الى ١٠٠ ثانية وهكذا فعلى هذا المذهب يكون ربع المحيط ١٠٠ درجة فن هنا ينتج ان الزاوية المركزية في المضلعات المنتظمة التي لها من الاضلاع ٣ و ٤ و ٥ و ٦ الخ يكون لها من الدرجات على حسب الترتيب المذكور في الاضلاع ١٢٠ و ٩٠ و ٧٢ و ٦٠ الخ على تقسيم المذهب القديم ويكون لها ١٣٣ درجة و ٣٣ دقيقة و ٣٣ ثانية و ١٠٠ و ١٠٠ درجة و ٨٠ درجة و ٦٦ دقيقة و ٦٦ ثانية و ٢٢ الخ على التقسيم الجديد

(١١٥) كيف تؤخذ مساحة الزاوية بالمنقلة

المنقلة هي نصف دائرة من نحاس او قرن منقسمة الى ١٨٠ درجة على القديم والى ٢٠٠ درجة على الجديد وفي بعض الاحيان تنقسم الى اقسام درجات المذهب الجديد اذا كانت عظيمة القطر وهي كثيرة الاستعمال في ان ينقل بها على الورق الزوايا المسووحة على الارض وتستخدم ايضا في مساحة زاوية على الورق وطريقة العمل في هذه الصورة الاخيرة ان تضع مركز هذه الآلة في رأس الزاوية التي يراد مساحتها بجعل قطرها منطبقا على احد ضلعي هذه الزاوية فيثبت ويكون عدد الدرجات الجديدة الداخلة في القوس الذي بين الضلعين هو مساحة هذه الزاوية

(١١٦) كيف يرسم مضلع منتظم ذو عدة اضلاع مقروضة في داخل دائرة بالمنقلة

فطريقة الرسم الصحيحة في العمل المستعملة في سائر المضلعات المنتظمة من غير تخصيص ان تضع مركز منقلة عظيمة في مركز الدائرة المقروضة وتأخذ على محيط هذه المنقلة اقواسا متوالية عدد درجاتها بالمقياس الجديد مثل مقدار الزاوية التي في مركز المضلع المطلوب رسمه فيثبت اذا رسمنا انصاف اقطار بنهايات الاقواس فان محيط الدائرة يكون منقسما كما يراد ولا شك انه يمكن بهذه الطريقة ان يرسم على الدائرة مضلع منتظم ايا كان

(١١٧) كيف يستخرج سطح مثلث اضلاعه الثلاثة معلومة

ليكن الضلع $a = b$ والضلع $c = d$ والضلع $e = f$ كما في (شكل ٦١) ولنشر بالحرف x الى القطعة ad فبقضية دعوى بند (٧٨) النظرية تحدث معادلة نظمها هكذا

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos x$$

وباستعمال الاشارة المذكورة يكون نظمها

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos x$$

$$\text{ومنه ينتج ان } x = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}$$

فبئاء على ذلك يكون

فإذا ادخلنا $\frac{1}{x}$ في الجذر يعنى ضربنا جميع الداخل تحت العلامة في $\frac{1}{x}$
ثم حولناه الى مقام واحد يحصل

فبسط الكسر الذى تحت الجذر يدل على فاضل المربعين فاذن يتحصل
كما هو مقرر فى علم الجبر

$$\gamma = \frac{(1+s_1+s_2)}{s_1} \frac{(1+s_1-s_2)}{s_1} \frac{(1-s_1-s_2)}{s_1} \frac{(1-s_1+s_2)}{s_1}$$

فاذا اختصرنا يجعل $1 + s_1 - s_2 = \frac{p}{r}$ يتحصل $\frac{1-s_1-s_2}{s_1}$ و $\frac{p}{r} - 1 = \frac{1-s_1+s_2}{s_1}$ و $\frac{p}{r} - s_2 =$

ومنه ينتج ان سطح المثلث الذي اضلاعه الثلاثة معلومة يساوى جذر مربع
الحاصل من الاربع مكررات التي اولها نصف محيط المثلث والثلاثة الاخرى
هي القواضل الثلاثة التي تحصل بطرح كل واحد من الاضلاع على التوالى
من نصف المحيط المذكور

وهذه المعادلة نافعة جداً في المساحة لانتنا اذا حللنا مضلعاً مستقيماً الخطوط

الى

الى مثلثات وعلينا جميع اضلاعها امكن حالا معرفة مقدار سطح هذا المضلع بواسطة هذه المعادلة

ولاجل العمل نفرض $1 = 20$ و $- = 20$ و $س = 10$ فيكون

السطح $ا-س = \sqrt{30(30-20)(20-20)(20-10)} = 100$ مترا مربعا لكن لما كان في هذه الحالة المخصوصة المثلث $ا-س$ قائم الزاوية تكون مربع $ا-س$ كبر اضلاعه يساوى مجموع مربعي الضلعين الاخرين كان الاسهل في تحديد سطحه ان يضرب احد ضلعي الزاوية القائمة في نصف الاخر كما في بند (٧٢) فاذن يحصل كما تقدم

سطح $ا-س = \frac{10 \times 20}{2} = 100$ مترا مربعا
* (دعاوى للحل) *

(١١٨) قد استعملنا طريقة الجبر في حل المسئلة السابقة لانه في الغالب اقرب الطرق واوثقها في التوصل في الهندسة الى كشف الارتباطات الموجودة بين المقادير المفروضة والمقادير المطلوبة ولنذكر لك هنا عدة مسائل اخرى ليقرن الطالب على حلها بطريق التحليل السابق فنقول
١ اذا كان هنالك مستطيل سطحه ثمانون مترا مربعا وفاضل قاعدته عن ارتفاعه ١١ متر فما تكون المقادير العددية لهذين الخطين
جوابه ١٦ مترا و ٥ امتار

٢ اذا كانت مساحة شبه المنحرف $= 1310$ مترا مربعا وقاعداه المتوازيان ١٣ مترا و ٢١ مترا فما يكون ارتفاعه
جوابه ٧٧٫٣٥٢ مترا

٣ اذا كانت مساحة المثلث المتساوي الاضلاع ٣٨٩٫٧١ مترا مربعا فما يكون ضلعه
جوابه ٣٠ مترا

٤ اذا كانت مساحة المبرس المنتظم ١٦٦٫٢٧٢ مترا مربعا فما

يكون ضلعه

جوابه ٨ امتار

٥ اذا كان مجموع ثلاثة اضلاع المثلث القائم الزاوية ١٥٦ مترا ومساحته تساوي ١٠١٤ مترا مربعا فما مقدار كل ضلع من اضلاعه

جوابه ٣٩ مترا و ٥٢ و ٦٥

٦ اذا كان قطعتا وتر على نسبة ٣ : ٥ وكان جزء الوتر الصانع لهاتين القطعتين ١٠ و ١٨ فما يكون مقدار هذا الوتر
جوابه ٢٧٫١ مترا

٧ اذا كانت دائرة مساحتها ١٣٢٫٧٣٢٦ مترا فما يكون نصف قطرها

جوابه ٦٫٥ امتار

٨ ما مساحة دائرة علم ان وترها المرسومين من نقطة من المحيط الى طرفي القطر ١٧ مترا و ٢٣

جوابه ٦٤٢٫٤٥٦ مترا

٩ ما مساحة قطع دائرة قوسه ٤٣ درجة و ٢٢ دقيقة و ٤٨ ثانية على التقسيم القديم أو ٤٨ درجة و ٢٠ دقيقة على التقسيم الجديد ونصف قطره يساوي ٢٠ مترا

جوابه ١٥١٫٤٢٥ مترا مربعا

١٠ اذا كانت ثلاثة اضلاع مثلث قدر احدها ٣٠ مترا والثاني ٢٤ والثالث ٢٠ واريد قسمة هذا المثلث الى جزئين متكافئين بخط مواز لأكبر الاضلاع فما مقدار هذا الخط

جوابه خط القسمة = ٢١٫٢١

١١ اذا كانت ثلاثة اضلاع مثلث على نسبة ٣ : ٧ : ٨ ومساحته ٣٤٠ مترا مربعا فتكون اضلاعه الثلاثة

جوابه ١٦٫١٦ مترا و ٤٠٫٤٠ و ٤٥٫٧٦

١٢ ما نسبة مساحة ذى الاثنى عشر المنتظم المرسوم في الدائرة الى مساحة المربع المرسوم عليها
جوابه ذوا الاثنى عشر المرسوم في الدائرة هو ثلاثة ارباع المربع المرسوم عليها

* (المقالة الثانية وفيها عدة فصول) *

* (الفصل الاول) *

في خواص المستويات التي تتلاقى وخواص الخطوط المستقيمة المقطوعة بمستويات متوازية

(١١٩) الفصل المشترك المستويين خط مستقيم وبيان ذلك ان الخط المستقيم المار بنقطتي الفصل المشترك من مستويين يكون في كل من المستويين فاذن هذا المستقيم هو الفصل المشترك لهذين المستويين ويمكن بنقطة واحدة او بخط مستقيم واحد من ورعدة غير متناهية من سطوح مستوية مختلفة

وكل وضع ثلاث نقط او وضع خطين مستقيمين متقاطعين او متوازيين يحدد وضع مستوي

ويكون المستقيم عمودا على سطح مستوي اذا كان عمودا على جميع المستقيمات المارة بموقعه في ذلك المستوى ويلزم منه ان يكون المستوى عمودا على المستقيم وموقع العمود على مستوي هو النقطة التي يشترك فيها مع المستوى

والمستقيم يكون موازيا للمستوي اذا لم يمكن تلاقيهما ويكون المستويان متوازيين اذا لم يمكن تلاقيهما ولولمدا الى غير نهاية

(١٢٠) المستقيم يكون عمودا على مستوي اذا كان عمودا على مستقيمين مارين بموقعه ومرسومين في ذلك المستوى

ليكن ا ط عمودا على المستقيمين س ط و س ط مرسومين في المستوى م ج كافي (شكل ٩١) فيلزم البرهنة على ان كل مستقيم مثل س ط مرسوم في مستوي واحد من النقطة ط يكون عمودا على ا ط بان يقال

من النقطة د الماخوذة كما يراد على د يد ر سه بحيث يكون
 $ر د = ر س$ ثم تم مستقيمت اب و اد و اسه فالمثلث ر اسه
 يقيد

$$\overline{ا ر} + \overline{ا س ه} = \overline{ا د} + \overline{د ر س} \text{ انظر بند (٨٠)}$$

وكذلك المثلث ر سه ط يقيد

$$\overline{ر ط} + \overline{س ه ط} = \overline{ر د ط} + \overline{د س ر}$$

فاذا طرحنا هذه المعادلة الاخيرة من الاولى واختصرنا بواسطة اخذ ا ط
 بدل ا ر - ر ط و ا ط بدل ا س ه - س ه ط اللتين افادهما
 المثلثان ا ر ط و ا س ه ط يحصل

$$\overline{ا د} = \overline{ا ط} - \overline{ر د ط} + \overline{ا ط} = \overline{ا د}$$

فاذن يكون المثلث ا د ط قائم الزاوية في ط وبهذا يثبت المطلوب
 (١٢١) جميع المستقيمت الماخوذة من نقطة الى مستوا اقصرها هو
 العمود واطواها هو ابعدا عن موقع ذلك العمود

فليكن ا ط عمودا على المستوى م و ا - ا س ه فحيث ان النقطتين
 ر و س موضوعتان في المستوى م يقال اذارسمنا من النقطة ا
 مستقيما ا د مساويا ا س ه وموضوعا في المستوى ا ر ط فالمثلثان
 ا ط د و ا ط س يكونان متساويين وبمقتضى بند (٢٤) يقال حيث ان
 مائل اب اكبر من ا د يكون ر ط اكبر من ط د لكن ط د يساوي
 ط س بالعمل فاذن ط - ط س فاذن يثبت المطلوب

وينتج من هذا ان النقطة ط التي هو موقع العمود ا ط هي مركز الدائرة
 التي ترسم على المستوى م يجعل ا . مركزا ويبعد نصف قطرها كبر من
 ا ط وهذه الخاصية تصيد طريقة تنزيل عمود على مستوا من نقطة مأخوذة
 خارج هذا المستوى

والبعد الحقيقي من النقطة α الى المستوى \mathcal{M} هو العمود $\alpha\mathcal{P}$
(١٢٢) اذ ارسمنا من موقع عمود على مستوي عمودا على خط مرسوم في
هذا المستوى ومددنا خطا مستقيما من موقع هذا العمود الثاني الى اى نقطة
من العمود الاول فان هذا المستقيم يكون عمودا على هذا الخط المرسوم
في هذا المستوى


فليكن كما في (شكل ٩٣) $\alpha\mathcal{P}$ عمودا على المستوى \mathcal{M} و $\mathcal{P}\mathcal{D}$
عمودا على الخط $\mathcal{P}\mathcal{S}$ المرسوم في هذا المستوى فيكون $\alpha\mathcal{D}$ عمودا على
الخط $\mathcal{P}\mathcal{S}$



نخذ \mathcal{S} مساويا $\mathcal{S}\mathcal{D}$ واجمع $\mathcal{P}\mathcal{D}$ و $\mathcal{P}\mathcal{S}$ فيكون المثلثان
 $\mathcal{P}\mathcal{D}\mathcal{S}$ و $\mathcal{S}\mathcal{D}\mathcal{P}$ متساويين فاذن $\mathcal{P}\mathcal{D} = \mathcal{P}\mathcal{S}$ وكذلك المثلثان
 $\alpha\mathcal{P}\mathcal{S}$ و $\alpha\mathcal{P}\mathcal{D}$ قائما الزاوية اى انهما متساويان فاذن $\alpha\mathcal{D} = \alpha\mathcal{S}$
فاذن يكون كما في بند (٢٤) المستقيم $\alpha\mathcal{D}$ عمودا على $\mathcal{P}\mathcal{S}$

(١٢٣) المستقيم العمود على مستوكل خط مواز له يكون عمودا
على ذلك المستوى

ليه كن كما في (شكل ٩٤) الخط $\alpha\mathcal{P}$ عمودا على المستوى \mathcal{M} و $\mathcal{P}\mathcal{D}$
موازيا $\alpha\mathcal{P}$ فعلى سمت هذين المتوازيين يرسم مستوي تقطع \mathcal{M} في سمت
 $\mathcal{P}\mathcal{D}$ وفي هذا المستوى الاخير يمد $\mathcal{D}\mathcal{S}$ عمودا على $\mathcal{P}\mathcal{D}$ ويوصل
 $\alpha\mathcal{S}$ فبمقتضى الدعوى النظرية السابقة يكون $\mathcal{D}\mathcal{S}$ عمودا على $\alpha\mathcal{S}$
وبالعمل يكون هذا المستقيم عمودا ايضا على $\mathcal{P}\mathcal{D}$ فاذن يكون $\mathcal{D}\mathcal{S}$ عمودا
على المستوى $\alpha\mathcal{P}\mathcal{D}$ وبناء على ذلك يكون عمودا على الخط $\mathcal{P}\mathcal{S}$
لكن المستقيم $\mathcal{S}\mathcal{D}$ الموازي $\alpha\mathcal{P}$ عمود على $\mathcal{P}\mathcal{D}$ فاذن هذا المستقيم
يكون عمودا على المستوى \mathcal{M}

وينتج من ذلك اولاً انه اذا كان خطان او عدة خطوط موضوعة في مستويات
مختلفة وكانت اعمدة على مستو فان هذه الخطوط تكون متوازية
وثانياً ان كل مستقيمين موازيين لثالث يكونان متوازيين

(١٢٤)  كل مستقيم مواز لآخر مرسوم في مستوى فهو مواز لذلك المستوى

وذلك ان المستقيم $ا ب$ الموازي للخط $س د$ المرسوم في المستوى $م$  كما في (شكل ٩٥) لا يمكن أن يتلاقى مع ذلك المستوى من غير أن يقطع المستقيم $س د$ وقطعه له غير ممكن فاذن $ا ب$ يكون موازيا للمستوى $م$ 

(١٢٥) كل مستويين عمودين على مستقيم واحد فهما متوازيان وبالعكس أي ان كل مستقيم عمود على احد مستويين متوازيين فهو ايضا عمود على المستوى الآخر

لنفرض كما في (شكل ٩٦) ان $ك ل ا م$ المستويين $م$ و $ط$ عمود على المستقيم $ا ب$ وانه يمكن تلاقيهما في سمت $س د$ فتعين النقطة $و$ على هذا الفصل المشترك ونصل الخطين $ا و$ و $ب و$ فالاول وهو $ا و$ يصير تمامه في المستوى $م$ لان $ا$ هي موقع العمود $ا ب$ فاذن تكون الزاوية $ا$ قائمة وبمثل هذا يكون $ب و$ موضوعا في المستوى $ط$ فاذن الزاوية $ب$ قائمة ويلزم من ذلك ان $ا و$ و $ب و$ يكونان عمودين نأخذ من نقطة واحدة على مستقيم واحد وهذا غير ممكن فاذ المستويان $م$ و $ط$ لا يمكن تلاقيهما فاذن هما متوازيان

(١٢٦) الفصلان المشتركان لمستويين متوازيين مقطوعين بمستوي ثالث هما متوازيان

لنفرض كما في (شكل ٩٧) ان المستقيمين $ا ب$ و $س د$ هما الفصلان المشتركان للمستوي $ا ب د س$ مع المستويين $م$ و $ط$ فلو لم يكن هذان المستقيمان متوازيين لكانا بالبداهة متلاقين لكونهما في مستوي واحد لكن المستويان $م$ و $ط$ اللذان فيهما هذان الخطان يتلاقيان ايضا وهذا خلاف الفرض فاذن المستقيمان $ا ب$ و $س د$ متوازيان

(١٢٧) المتوازيات الواقعة بين مستويين متوازيين تكون متساوية

كما

كَمَا فِي (شَكْل ٩٨)

فَإِذَا تَوَهَّمْنَا مَسْتَوِيَا $ا ب د$ مَارًا بِالْمُسْتَقِيمِينَ $ا ب$ وَ $د$
 الْمَتَوَازِيَيْنِ فَإِنَّ الْفَصْلَيْنِ $ا ب$ وَ $د$ الْمَشْتَرَكَيْنِ مِنْ هَذَا
 الْمَسْتَوَى مَعَ الْمُسْتَوِيِّينِ $م د$ وَ طَوَّلِ الْمَتَوَازِيَيْنِ يَكُونَانِ مَتَوَازِيَيْنِ فَيَنْتِثِدُ
 شَكْل $ا ب د$ يَصِيرُ مَتَوَازِيَا لِأَضْلَاعِ فَإِذَا $ا ب = د$

(١٢٨) كُلُّ زَاوِيَتَيْنِ لَيْسَتَا مَوْضُوعَتَيْنِ فِي مَسْتَوٍ وَاحِدٍ وَأَضْلَاعُهُمَا
 مَتَوَازِيَةٌ وَمُتَّجِهَةٌ إِلَى جِهَةٍ وَاحِدَةٍ يَكُونَانِ مُتَسَاوِيَتَيْنِ وَمَسْتَوِيَاَهُمَا
 مَتَوَازِيَيْنِ

فَلْيَكُنِ الضَّلْعَانِ $ا ب$ وَ $د$ مِنَ الزَّاوِيَةِ $ب د$ مَوَازِيَيْنِ
 عَلَى التَّنَازُلِ لِلضَّلْعَيْنِ $ا ب$ وَ $د$ مِنَ الزَّاوِيَةِ $ب د$ كَمَا فِي
 (شَكْل ٩٩) وَلِنَأْخُذْ $ا ب = د$ وَ $ا ب = د$

فَيَمْتَنِعُ بِنَسَبِ (٣١) يَكُونُ شَكْل $ا ب د$ مَتَوَازِيَا لِأَضْلَاعِ
 فَيَنْتِجُ أَنَّ $ا ب$ يَسَاوِي وَيُوَازِي $د$ وَكَذَلِكَ يُقَالُ فِي $ب د$ وَ $د$
 فَإِذَا كَانَ أَنَّ $ا ب$ مَسَاوِيَا وَمَوَازِيَا $د$ بِمَقْتَضَى نَتِيجَةِ (١٢٣)
 فَيَنْتِثِدُ الْمَثَلَتَانِ $ا ب د$ وَ $ا ب د$ مِنْ حَيْثُ أَنَّ لِهُمَا ثَلَاثَةَ أَضْلَاعٍ كُلِّ مَنِهَا
 مَسَاوِيَةٌ لِنَظَرِهِ يَكُونُ $ا ب = د$ وَمِنْ الْمَعْلُومِ أَنَّ هَذَيْنِ الْمَثَلَتَيْنِ أَوِ الْمُسْتَوِيِّينِ
 الْمُشْتَمَلَيْنِ عَلَى هَذَيْنِ الْمَثَلَتَيْنِ يَكُونَانِ مَتَوَازِيَيْنِ

(١٢٩) الْمُسْتَقِيمَانِ الْوَاقِعَانِ بَيْنَ مَسْتَوِيَيْنِ مَتَوَازِيَيْنِ يَنْقَسِمَانِ بِمَسْتَوٍ
 ثَالِثٍ مَوَازٍ لِلْمُسْتَوِيِّينِ الْمَذْكُورِينَ إِلَى أَجْزَاءٍ مُتَنَاسِبَةٍ

فَلْيَكُنِ $ا ب$ وَ $د$ الْمُسْتَقِيمَيْنِ فَإِذَا رَسَمْنَا مَسْتَوِيَا مَارًا مِنْ $ا ب$ فَإِنَّ
 فَصْلَيْهِ الْمَشْتَرَكَيْنِ مَعَ الْمُسْتَوِيِّينِ $م د$ وَ زَوْجِ الْمَتَوَازِيَيْنِ يَكُونَانِ $ا ب$
 وَ نَحْضُهُ كَمَا فِي (شَكْل ١٠٠) وَكَذَلِكَ إِذَا رَسَمْنَا مَسْتَوِيَا مَارًا مِنْ $د$
 فَإِنَّهُ يَقْطَعُ طَوَّلَ $د$ بِرُصْبِهِ عَلَى سِمَتِ $د$ وَ ضَرْبُهُ يَكُونُ الْمَثَلَتَيْنِ

أ- س- يفيد أ- خ : غ- :: س- ض- : ض-

والمثلث - س- د- يفيد

س- ض- : ض- :: س- ط : ط

فبسبب النسبة المشتركة التي هي س- ض- : ض- يكون

أ- خ : غ- :: س- ط : ط وهذا يثبت المطلوب

(الفصل الثاني)

(في الزوايا الكثيرة السطوح ويقال لها المجسمة)

(١٣٠) الزاوية ذات السطحين هي ميل مستويين

(١٣١) الزاوية ذات السطحين تقاس بالزاوية الحادثة من خطين مستقيمين

مرسومين في كل من سطحها وعمودين على فصلهما المشترك ومجموعين في نقطة واحدة من هذا الخط

فحينئذ الخط ح- ح- الواقع في المستوى أ- س- عمودا على أ- ب- والخط

ح- ك- الواقع في المستوى أ- ب- عمودا أيضا على أ- ب- تكون الزاوية

ح- ك- الحادثة بينهما قياس ميل هذين المستويين كما في (شكل ١٠١)

(١٣٢) كل مستويين يتقاطعان فإنه يكون لهما خواص الخطين

المتقاطعين انظر بند (١٤)

كل مستويين متوازيين قطعاً بمستو ثالث يثبت لهما عين الخواص التي

تكون في قطع المستقيمين المتوازيين بمستقيم ثالث انظر بند (٢٩)

(١٣٣) المستقيم العمود على مستوكل مستو يمر به يكون عمودا

على المستوي المذكور

ليرسم كما يراد مستو أ- ب- يمر بالمستقيم أ- ط- الذي هو عمود على المستوي

م- د- ويقام من النقطة ط- التي هي موقع هذا العمود عمود ط- د-

في المستوى م- د- على الفصل المشترك للمستويين وهو ط- د- كما في

(شكل ١٠٢) فهذا العمود هو ط- د- يكون عمودا أيضا على أ- ط- انظر

بند (١٢٠) لكن الزاوية أ- ط- د- تكون قياس ميل المستويين م- د-

و ط س انظر بند (١٣١) فحيث ان هذه الزاوية قائمة يكون كل من المستويين عمودا على الآخر وينتج من هذا ان المستويين العمودين على مستو ثالث يكون الفصل المشترك لهما عمودا على الثالث

(١٣٤) الزاوية الكثيرة السطوح ويقال لها المجسمة هي المسافة غير المحدودة الواقعة بين عدة مستويات مجمعة في نقطة واحدة و اقل الزوايا المجسمة هي المصنوعة من ثلاث مستويات فاذا يلاحظ في كل زاوية مجسمة ثلاثية ستة اشياء هي ثلاث زوايا مستوية وثلاث زوايا ذوات سطحين

(١٣٥) مجموع كل اثنتين من الزوايا المستوية التي يتركب منها زاوية مجسمة ثلاثية هو دائما اكبر من الثالثة

لتكن الزاوية ص من (شكل ١٠٣) هي المجسمة الثلاثية المركبة من الزوايا اص و اصه و اصهه المستوية فاذا كانت الزوايا المستوية متساوية فالدعوى ظاهرة واذا لم تكن كذلك فلترسم في الزاوية اصه الاولى مستقيما صه بحيث ان الزاوية صهه = صهه و نأخذ صهه = صهه ونرسم كما يراد من النقطتين صه و صهه مستويا اصهه فالمثلثان صهه و صههه يكونان متساويين لان في كل منهما زاوية وضلعين كل منهما مساو لنظيره من الآخر فاذا كان صهه = صههه لكن اصهه + صههه < اصهه + صههه فاذا طرحنا من كل من الطرفين صههه = صههه ينتج ان اصهه < اصههه فحينئذ يكون في كل من المثلثين اصهه و اصههه زاوية مبيانية للآخرى داخلية بين ضلعين مساويين لنظيريهما من الآخر فبمقتضى بند (٢١) يكون اصهه > اصههه فاذا اضفنا لاجد الطرفين زاوية صههه وللطرف الآخر مساويتها وهي صهههه نحصل

$$اصههه + صهههه > اصههه + صهههه$$

وبهذا اثبت المطلوب

(١٣٦) مجموع الزوايا المستوية التي يتركب منها زاوية مجسمة محدبة
او ذات اضلاع بارزة هو دائماً اصغر من اربع زوايا قائمة

فاقطع الزاوية صه المجسمة بمستو قاطع ا- س د هـ ك كما في
(شكل ١٠٤) وارسم من النقطة و المفروضة في هذا المستوى مستقيمت
 او و- و الخ بمجموع زوايا المثلثات $\text{ا ص هـ س و ر ص هـ س}$ الخ
المشتركة الرأس في النقطة صه يكفي مجموع زوايا مثلثات عدتها
كعدتها وهي او- و ب- و س الخ المصنوعة حول الرأس و وفي
النقطة ا مجموع الزاويتين صه ا- و صه ا هـ ا اكبر من الزاوية
 ا هـ ا الثالثة وكذلك في النقطة ر يكون $\text{صه ر ا هـ صه ر س هـ}$
 ا- ا هـ س وهكذا فبالضرورة يكون مجموع الزوايا التي في قاعدة المثلثات
 صه ا- و صه ا هـ ا الخ اكبر من مجموع الزوايا التي في قاعدة المثلثات
التي رؤسها في و فاذن يكون مجموع الزوايا التي حول النقطة صه اصغر
من مجموع الزوايا التي حول و التي تساوي اربع زوايا قائمة

(١٣٧) الزاويتان المجسمتان المتكويتان من ثلاث زوايا مستوية
ومتساوية على التناظر ومترتبة على وضع واحد تكونان متساويتين ويمكن
انطباق احدهما على الاخرى

فلتكن صه و صه من (شكل ١٠٥) هما الزاويتان المجسمتان فن النقطة
 ا الماخوذة كما يراد على الضلع صه ا نرسم ا- و ا هـ س عمودين على
 صه ر و صه س ثم ننزل من النقطة ا ايضا على المستوى ر صه س
عمودا اط و نصل ط التي هي موقع هذا العمود بالنقطتين ر و س
ثم نأخذ $\text{صه ا} = \text{صه ا}$ ونعمل هذا العمل بعينه في الزاوية صه
فالمثلثان صه ر ا و صه ر ا القائمان الزاوية احدهما في ر
والاخر في ر يكونان متساويين وايضا المثلثان ا ص هـ س
 و ا ص هـ س يكونان متساويين فحينئذ $\text{صه ر} = \text{صه ر}$
 $\text{و صه س} = \text{صه س و ا- ر} = \text{ا- ر و ا هـ س} = \text{ا هـ س}$

وايضا

وأیضا بمقتضى بند (١٢٢) تكون الزاويتان صه رط و صه رط قائمتين اذا تقرر ذلك فذوا ربعة الاضلاع صه رط سه يساوى ذا اربعة الاضلاع صه رط سه لانه يمكن انطباق احدهما على الآخر بالتحرير فاذن $\text{رط} = \text{رط}$ و $\text{ط سه} = \text{ط سه}$ فنتج من ذلك ان المثلثين ارط و آ ط القائى الزاوية احدهما فى ط والاخر فى ط متساويان فاذن الزاوية $\text{ارط} = \text{آ ط}$ لكن الزاوية ارط هى مقياس ميل المستويين ر ص ا و ر ص سه وكذلك الزاوية آ ط هى مقياس ميل المستويين ر ص ا و ر ص سه فاذن هذان الميلاق يكونان متساويين فاذن الزاويتان صه رط و صه رط المجسمتان يمكن انطباقهما

(١٣٨) الزوايا المستوية التى يتركب منها زاوية مجسمة ثلاثية يمكن ان تكون موضوعة على وضع منعكس وان يبرهن ايضا على انها متساوية فى جميع اجزائها لكن هذه الزوايا لا يمكن انطباق بعضها على بعض ويقال لها مقابلة (انظر هندسة ليراندر)

* (الفصل الثالث) *

فى الاجسام المنتهية بعدة مستويات وفى بعض خواصها

(١٣٩) المسافة المغلوقة من جميع جهاتها بعدة مستويات تسمى مجسمة والافق ان تسمى جسما كافى (شكل ١٠٦) واقل ما تحدد به المسافة من جميع جهاتها اربع مستويات وتسمى المسافة فى هذه الحالة هرما مثلثيا مثال ذلك الجسم المرسوم فى شكل صه ا ر سه

وتقاطع السطحين المتجاورين من الجسم يسمى ضلع الجسم فينتسذ صه ن
هو ضلع الهرم صه ا-س
وكل جسم احد سطوحه كثير الاضلاع وباقي سطوحه مثلثات رؤسها في نقطة
واحدة يسمى هرما


والاجسام تسمى باسماء مختلفة بالنسبة لعدد سطوحها ووضع تلك السطوح
فالمنشور كل جسم واقع بين سطحين متقابلين متساويين ومتوازيين وباقي
سطوحه تكون متوازية الاضلاع كما في (شكل ١٠٧)

والمضلعان ا-س د ه و ا-س د ه المتقابلان المتساويان في المنشور
يسميان قاعدتي المنشور

والمضلع الذي يعتبر وضع الهرم عليه يسمى ايضا قاعدة الهرم ثم ان كلامنا
الهرم والمنشور يسمى ثلاثيا ورباعيا على حسب كون قاعدته مثلثا او ذا اربعة
اضلاع الخ

وارتفاع المنشور هو العمود النازل من نقطة من احدى قاعدتيه على
الانحرى

وارتفاع الهرم هو العمود النازل من رأس هذا الجسم على مستوى
قاعدته

ومتوازي السطوح  كل منشور قاعدته متوازي الاضلاع كما في
(شكل ١٠٨)

ومتوازي السطوح يكون قائم الزوايا اذا كانت جميع سطوحه قائمة الزوايا
والمكعب المنتظم ذو السطوح الستة هو متوازي السطوح الذي جميع
سطوحه مربعات كما في (شكل ١٠٩)

وقطر كل جسم هو المستقيم الواصل بين رأسى زاويتين محسمتين غير متجاورتين
(١٤٠) السطحان المتقابلان من متوازي السطوح متساويان واقطار

الاشكال المرسومة من رؤس الزوايا المجسمة الثلاثية ينصف بعضها بعضا
وذلك لانه يقتضى تعريف هذا الجسم قاعدتااه المتقابلتان وهما ا-س د

نوعه ف ح شـ كما في (شكل ١١٠) حيث انهما متوازي الاضلاع ومتساويان واضلاعهما المتقابلة متوازية ينتج ان الاضلاع ا ب و ر ف و س ح و د شـ متساوية ومتوازية فاذن السطوح المتقابلة وهي ا ب و د ح و ا شـ و ر ح تكون ايضا متساوية ومتوازية فاذا رسمنا قطري شكل مثل ا ح و د ف فن المعلوم انهما يكونان قطري متوازي الاضلاع ا د ح ف وهذا ان القطران ينقسمان بنصفين احدهما الاخر الى قسمين متساويين في النقطة و لان المثلثين ا و د و ف و ح متساويان لان فيهما اضلاع مساوية ومجاورة زاويتين متساويتين فاذن يثبت المطلوب

وما ينبغي التنبيه عليه ان الزاويتين ف و د المجسمتين الثلاثيتين المتقابلتين تكونان متماثلتين وان المنشورين ا ب س د ف ح و ا د س د شـ ح الثلاثي الزوايا المركب منهما المنشور الكامل يكونان متكافئين ولو كانت سطوح احدهما موضوعة على عكس وضع سطوح الاخر وان اردت البرهنة التامة على هاتين القضيتين فعليك بهندسة ليثاندر اولا كورواس

* (شروط تساوي ذوات السطوح الثلاثة والمناشير) *

* (وخاصية القطوع المصنوعة في هذه الاجسام) *

(١٤١) كل هرمين ثلاثيين زواياهما المجسمة الثلاثية المتناظرة مركبة من مثلثات متساوية وموضوعة على طريقة واحدة يكونان متساويين

والهرمان الثلاثيان يكونان ايضا متساويين اذا كان في كل منهما زاوية ذات سطحين مساوية لتظيرتهما من الاخر ومحصورة بين سطحين متساويين على التناظر وموضوعين على طريقة واحدة.

والمنشوران يكونان متساويين اذا كان في كل منهما زاوية مجسمة ثلاثية محصورة بين ثلاث مستويات متساوية على التناظر وموضوعة على وضع واحد

وهذه الدعاوى الثلاث يسهل بيانها بالانطباق

(١٤٢) اذا قطع منشور بمستو مواز لقاعدته فالقطع الحاصل يساوى هذه القاعدة

وذلك لان مستوى القطع $أ ب س د$ من (شكل ١٠٧) حيث كان موازيا للقاعدة $ا ب س د$ فالمتوازيات $ا ا'$ و $ب ب'$ الخ تكون واقعة بين مستويين متوازيين فهي بالضرورة متساوية فحينئذ جميع الاشكال $ا ب د$ و $ا ب س د$ الخ متوازية الاضلاع وايضا الزاويتان $ا ب د$ و $ا ب س د$ هما متساويتان لان اضلاعهما متوازية وانفراجيهما متجهين الى جهة واحدة وكذلك كل زاويتين مثل $ا ب د$ و $ا ب س د$ فاذن القطع $أ ب س د$ يساوى القاعدة $ا ب س د$

(١٤٣) اذا قطعنا هرما بمستو مواز لقاعدته فان كلا من اضلاعه وارتفاعه يكون منقسما على نسبة واحدة والقطع يكون مضلعا مشابها للقاعدة

ليكن $ا ب س د$ القطع المصنوع في الهرم $ص ا ب س د$ كافي (شكل ١١١) فحيث كانت المستقيمتان $ا ب$ و $ا ب'$ و $ا د$ و $ا د'$ الخ متوازية بمقتضى بند (١٢٦) فالزاويتان $ا ب د$ و $ا ب س د$ تكونان متساويتين والمضلع $ا ب س د$ يكون متساوى الزوايا مع المضلع $ا ب س د$ وايضا بمقتضى فقرة (بند ٤٦) يكون

$$ص ا : ص ب : ا ب :: ا د : ا ب :: ا ب : ا ب'$$

فاذن اضلاع المضلع $ا ب س د$ تكون متناسبة مع أطرافها من المضلع $ا ب س د$ فحينئذ يكون هذان المضلعان متشابهين انظر بند (٥٧)

* (الفصل

* (الفصل الرابع) *

* (في مساحة احياز المناشير والاهرام) *

(١٤٤) المسافة التي يشغلها الجسم تسمى حجما كما هو المشهور في الاستعمال والافق ان تسمى حيزا واسعة واذا اعتبرنا انا وجسما مجوفا فان حجمه يسمى ميكا لا او معيارا ويقال للاجسام متساوية الحجم او متكافئة الحجم على حسب امكان انطباق بعضها على بعض او عدمه وعلى حسب تساوى المسافات التي تشغلها تلك الاجسام

(١٤٥) الشكلان المتوازيان السطوح اذا كانا متحدين في القاعدة والارتفاع فانهما يكونان متكافئين

ويمكن ان يحدث عن ذلك صورتان متباينتان تباينا حقيقيا وهما ان القاعدتان العليان الموضوعتان في مستو واحد اما ان تكونان واقعيتين بين متوازيين او غير واقعيتين بينهما

فالبرهنة على الصورة الاولى ان يقال ليكن $ا ب ح د$ من (شكل ١١٢) قاعدة مشتركة بين متوازي السطوح $ا ب$ و $ا د$ المتحدين في الارتفاع وقاعدتا هما العليان وهما $ا ب$ و $ا د$ وهما $ا ب$ و $ا د$ من حيث انهما واقعيتان بين المتوازيين $ا ب$ و $ا د$ يظهر بالسهولة ان المنشورين $ا ب ح د$ و $ا د ح د$ متساويان انظر بند (١٤١) يمكن متوازي السطوح $ا ب$ الاول يكافئ الجسم $ا ب ح د$ ف $ا ب$ بتمامه الا المنشور $ا ب ح د$ الثلاثي وكذلك متوازي السطوح $ا د$ الثاني يكافئ جميع الجسم $ا ب ح د$ ف $ا د$ بتمامه الا المنشور $ا ب ح د$ فاذن هذان المتوازيان السطوح متكافئان

واما البرهنة على الصورة الثانية فهي ان متوازي السطوح المذكورين اذا كانت قاعدتا هما العليان $ا ب$ و $ا د$ و $ا ب$ و $ا د$ من (شكل ١١٣) موضوعتين في مستو واحد وكانت قاعدتهما السفلى المشتركة هي $ا ب$

فان هذين المتوازي السطوح \square يكونان ايضا متكافئين لانهما اذا اعتبرنا في متوازي السطوح $ا ح$ ان قاعدته العليا $ا ب$ و $ا ح$ واقعة مرة واحدة بين المتوازيين الذين يشتملان على القاعدتين $ا ب$ و $ا ح$ و $ا ح$ يكون ايضا متكافئاً للمتوازي السطوح $ا ط$ و $ا ب$ فاذن متوازي السطوح $ا ط$ و $ا ب$ المائلان الى جهتين مختلفتين والمتحدان في القاعدة والارتفاع يكونان متكافئين

فينتج من هذا ان كل متوازي سطوح يمكن تحويله الى اخر قائم الزوايا مكافئ له ومتحد معه في الارتفاع ومكافئ له في القاعدة

(١٤٦) الشكلان المتوازي السطوح القائما الزوايا المتحدان في القاعدة تكون النسبة بينهما كنسبة ارتفاعيهما

مثال ذلك متوازي السطوح $ا ح$ و $ا ب$ القائما الزوايا اللذان قاعدتهما $ا ب$ و $ا ح$ كما في (شكل ١١٤) فلنفرض اولا ان ارتفاعيهما $ا ب$ و $ا ح$ على نسبة مشتركة مثل $٧ : ١٩$ فاذا قسمنا $ا ب$ الى ١٩ جزءاً متساوية فان $ا ح$ يشتمل منها على ٧ واذا وصلنا من جميع نقاط قسمة الخط $ا ب$ مستويات توازي $ا ب$ فان متوازي السطوح $ا ح$ يكون بالبداهة مركباً من تسعة عشر مجزاً بارتفاع واحد وقاعدة واحدة ومتوازي السطوح $ا ب$ يكون ايضا مركباً من ٧ من هذه المجزوم الجزئية فاذن هذان المتوازي السطوح \square تكون النسبة بينهما $٧ : ١٩$ وبهذا يثبت المطلوب

فاذا كان الارتفاعان $ا ب$ و $ا ح$ على نسبة متباينة فحجم الجسمين $ا ح$ و $ا ب$ يكونان ايضا على نسبة الارتفاعين ويستعمل في بيان ذلك طريقة برهنة بند (٣٨)

(١٤٧) المتوازي السطوح القائما الزوايا اللذان لهما ارتفاع واحد نسبتهم كنسبة قاعدتيهما

ولاجل بيان هذه الدعوى نفرض ان متوازي السطوح $ا ح$ و $ا ب$ المتحدان

في الارتفاع $ا$ هما سطحان $ر د$ و $س و$ متجاوران وداخلان بين المتوازيين $ر د$ و $ف و$ كما في (شكل ١١٥) فاذا مبددنا المستقيمين $م د$ و $ع ك$ الى $ط$ والى $ر$ فانه يحدث متوازي سطوح $ر د$ يكون متحد القاعدة مع متوازي السطوح $ا د$ و $ع و$ فبمقتضى الدعوى السابقة يتحصل

$$\text{الحجم } ر د : \text{الحجم } ا د :: \text{ع س} : ا -$$

$$\text{و الحجم } ع و : \text{الحجم } ر د :: \text{ع ك} : س ا$$

فاذا ضربنا هاتين التناسبتين على الترتيب وحذفنا المكرر المشترك وهو حجم $ر د$ نتحصل

$$\text{الحجم } ع و : \text{الحجم } ا د :: \text{ع س} \times \text{ع ك} : ا - \times س -$$

لكن $\text{ع س} \times \text{ع ك} = \text{السطح } ع س د ك$ و $ا - \times س - = \text{سطح } ا - س - د$ فاذا متوازي السطوح المتحدان في الارتفاع تكون نسبتهم كنسبة قاعدتهما

(١٤٨) كل متوازي سطوح قائم الزوايا فالنسبة بينهما كنسبة الحاصلين من ضرب قاعدتهما في ارتفاعيهما او كحاصل ضرب ابعادهما الثلاثة في بعضها

(البيان الاول) ان يقال ليكن كما في (شكل ١١٦) $ا د$ و $ع و$ متوازي السطوح القائم الزوايا فاذا عملنا متوازي السطوح $ع و$ $ك ك$ بمقتضى القضيتين الاخيرتين

$$\text{الحجم } ا د : \text{الحجم } ع و :: ا - س د : ع س د ك$$

$$\text{و الحجم } ع و : \text{الحجم } ع و :: ع ص د : ع م$$

فحينئذ اذا ضربنا على الترتيب واختصرنا نتحصل

$$\text{الحجم } ا د : \text{الحجم } ع و :: ا - س د \times ع ص د : ع س د ك \times ع م$$

$$\text{و} :: ا - \times س - \times ر ف : ع س د \times س د \times س ط$$

فينتج من هذا ومما ذكر في غرة (٧٠) انه يمكن ان يؤخذ في مساحة متوازي السطوح القائم الزوايا الحاصل من ضرب قاعدته في ارتفاعه

او الحاصل من ضرب ابعاده الثلاثة في بعضها وذلك لانتسا اذا اعتبرنا ان احد اضلاع المكعب وحدة مقياس خطي وان الاضلاع الثلاثة المتصلة من متوازي سطوح آخر قائم الزوايا هي مقدار هذه الوحدة ٣ و ٥ و ٩ مرات فان هذين الجسمين تكون النسبة بينهما كنسبة ١ : ١٣٥ او يقال والمعنى واحد ان المكعب المعتبر وحدة مقياس جسمي يكون داخلا ١٣٥ مرة في متوازي السطوح وهذا معنى القول بطريق الاختصار ان حجم متوازي السطوح القائم الزوايا يساوي الحاصل من ضرب اضلاعه الثلاثة المتصلة في بعضها او الحاصل من ضرب قاعدته في ارتفاعه فحينئذ حجم المكعب المنتظم ذي السطوح الستة يساوي مكعب احد اضلاعه

(البيان الثاني) ان يقال يمكن ان يبين هذه القضية من غير واسطة في صورة ما اذا كانت ابعاد متوازي السطوح القائم الزوايا على نسبة مشتركة بفرض ان ضلع المكعب المأخوذ وحدة المقياس داخلا ٥ مرات في الطول ٨ و ٣ مرات في العرض ١ و ٨ مرات في الارتفاع اء فن المعلوم انه يمكن وضع ١٥ مكعبا في جميع اتساع القاعدة اء سه و وضع ٨ مكعبات في سمت الارتفاع اء فاذن المتوازي السطوح القائم الزوايا يشتمل على $15 \times 8 = 120$ فعلى العموم حجم كل متوازي سطوح قائم الزوايا يساوي الحاصل من ضرب قاعدته في ارتفاعه فينتج مما تقدم ان حجم متوازي السطوح ايا كان وكذا حجم المنشور على العموم يساوي الحاصل من ضرب قاعدته في ارتفاعه

(١٤٩) الهرمان الثلاثي المتكافئان في القاعدة المتحدان في الارتفاع يكونان متكافئين

(البيان الاول) ان يقال ليكن في احد الهرمين المذكورين وهو اء سه (البيان الاول) ان يقال ليكن في احد الهرمين المذكورين وهو اء سه من (شكل ١١٧) عدة معينة من مناشير زائدة كالمشور اء سه دء ف وعدة معينة من مناشير ناقصة كالمشور عء سه دء ف وكلاهما ذات ارتفاع واحد وليكن ايضا في الهرم الثاني من المناشير مثل تلك العدد فنبين

بالسهولة

بالسهولة انه في كل هرم ثلاثي فاضل المنشير الزائدة على المنشير الناقصة
المساوي للمنشور الزائد الاول $اسه د ف$ يمكن ان يصير اقل من كل
مقدار مفروض وبناء على ذلك ففاضل $كل$ هرم ثلاثي عن مجموع المنشير
الزائدة يمكن ايضا ان يصغر كما يراد

اذا تقررهذا يقال ليكن $ت$ الهرم الثلاثي الذي هو $صه ا سه و$ $ت$
الهرم الثلاثي $صه ا سه و ط$ مجموع المنشير الزائدة في الهرم الاول
 $و ط$ مجموع المنشير في الهرم الثاني وليكن الهرم الاول $ت$ غير مساو للهرم
الثاني $ت$ فينتهذ يكون

$$ط - ت > ت - ت \text{ فاذن يكون } ط > ت$$

وحيث ان $ط = ط$ يكون $ط > ت$ وهذا محال لان مجموع المنشير
الخارجة هو بالضرورة اكبر من الهرم الثلاثي المناظر لها فاذن الهرمان
الثلاثيان لا يمكن ان يكونا غير متساويين في الحجم

البيان الثاني ان يقال ينتج من دعوى بند (١٤٣) اننا اذا قطعنا الهرمين
المفروضين بمستويات موازية للقاعدتين على ابعاد متساوية معها فان القطوع
المتناظرة تكون متكافئة فاذا توهمنا في كل واحد من هذين الهرمين عدة
مناشير متحدة غير متناهية فالتى تنسب لهرم تكافئ حجمه فينتج من هذا ان
هذين الهرمين يكونان متكافئين

(١٥٠) ذو السطوح الثلاثة يكافئ ثلث المنشور الثلاثي الذي هو مثله في
القاعدة والارتفاع

فليكن $اسه د ف$ من (شكل ١١٨) هو ذو السطوح الثلاثة المطلوب
ولتقسم المنشور $اسه د ف$ ونرسم من النقطة $ا$ $و ف و$
مستويا $اف$ يقسم الهرم $ادف$ الرباعي الى الهرمين $ادف$
 $و ا سه ف$ الثلاثيين

فالهرمان $اسه د ف و ا سه ف$ حيث انهما متحدان في الارتفاع

ومتساويان في القاعدتين $أسه$ و $دع$ ف فهم متكافئان وكذلك الهرمان $داع$ ف و $اع$ ف متكافئان لان قاعدتيهما المتساويتين $ادع$ و $اعه$ موضوعتان على مستوي واحد ورأساهما في نقطة واحدة وهي $ف$ فاذن الاهرام الثلاثة التي يتركب منها المنشور تكون متكافئة فاذن الهرم $أسه$ ف هو ثلث المنشور المتحد معه في القاعدة والارتفاع فينتج من هنا ومن غرة (١٤٨) نتيجة هي ان الهرم الثلاثي $بيل$ وكل هرم من حيث هو مساحته ثلث الحاصل من ضرب قاعدته في ارتفاعه

مثال ذلك الهرم $صه$ $أسه$ $دع$ الخماسي $ك$ كما في (شكل ١١٩) فانه يساوي بمجموع الاهرام الثلاثة الجزئية وهي $صه$ $أسه$ و $صه$ $ادع$ و $صه$ $ادع$

(١٥١) $ك$ كل هرم ثلاثي مقطوع بمستو مواز لقاعدته فهو مكافئ لثلاثة اهرام يكون ارتفاعها هو ارتفاع المقطوع وتكون قاعدة احدها هي قاعدة المقطوع السفلى وقاعدة الثاني هي قاعدة المقطوع العليا وقاعدة الثالث وسط متناسب بين هاتين القاعدتين

فلنرسم من النقطة $سه$ التي هي رأس احدى زوايا قاعدة المقطوع العليا $سه$ من (شكل ١٢٠) موازيا للضلع $اا$ ونصل خطين $دس$ و $اس$

فن المعلوم اولاً ان الهرم المقطوع $مر$ $كب$ من ثلاثة اهرام كاملة وهي $أسه$ $سه$ و $أسه$ $سا$ و $أسه$ $سه$ لان قاعدة الاول هي المثلث $أسه$ وقاعدة الثاني المثلث $أسه$ وارتفاع كل منهما هو ارتفاع المقطوع واما الهرم $أسه$ $سه$ الثالث فقاعدته المثلث $أسه$ ورأسه في $سه$ فينتج هو مكافئ لهرم اخر يكون مثله في القاعدة ورأسه في $د$ بسبب ان $سه$ مواز $اا$ لكن حيث ان هذا الهرم الاخير يمكن ان نعتبر قاعدته

المثلث $ا د س$ ورأسه النقطة $س$ يمكن ان يكون ايضا في الارتفاع مثل المقطوع فاذن بقى علينا ان نبين ان المثلث $ا د س$ هو وسط متناسب بين $ا س ه$ و $ا س س$ فحيث ان المثلثين $ا د س$ و $ا س ه$ المتحددين في الارتفاع نسبتهم ما كنسبة قاعدتيهما $ا د$ و $ا س ه$ يتحصل اذن $ا د : ا س ه :: ا س ه : ا د$ ثم تربيع هذه المتناسبة فيجاءث $ا د : ا س ه :: ا د : ا س ه$

وايضا المثلثا $ا س ه$ و $ا س س$ المتشابهان يفيدان هذه المتناسبة $ا س ه : ا س ه :: ا س ه او ا د : ا س ه$ فبسبب النسبة المشتركة يكون $ا د : ا س ه :: ا س ه : ا س ه$

فاذن $ا د = ا س ه \times ا س ه$ او $ا س ه : ا د :: ا د : ا س ه$

وهذا الحاصل هو تمام بيان القضية المذكورة

وهذه الخاصية المذكورة للهرم الثلاثي المقطوع هي ايضا موجودة في كل هرم مقطوع على موازاة القاعدة

(١٥٢) اذا قطع منشور ثلاثي بمستو مائل على قاعدته فالجسم الباقي يكون مكافئاً لمجموع الاهرام الثلاثة التي تكون قاعدتها قاعدات المنشور وتكون رؤسها رؤس زوايا القطع

ليكن $د ف ه$ غير مواز $ا س ه$ كما في (شكل ١٢١) فاذا رسمنا مستويين $ا ف ه$ و $ا د ه$ فالمنشور الثلاثي يصير بالبداهة منخلاً الى ثلاثة اهرام قاعدتها الاولى $ا س ه$ ورأسه نقطة $ف$ والثاني وهو $ا د ه$ الذي قاعدته $ا د ه$ ورأسه $ف$ يكافئ الهرم $ا س ه$ الذي رأسه

سـ لكن هذا الهرم الأخير يمكن ان تكون قاعدته اـ سـ ورأسه
 سـ والثالث وهو الهرم اـ دـ فـ يمكن ان يتغير او لا الى هرم اـ دـ فـ
 ثم هذا الأخير يمكن أن يتغير الى اـ دـ سـ لكن الهرم اـ دـ سـ يمكن
 ان ان تعبر قاعدته اـ سـ ورأسه دـ فاذن المنشور اـ سـ دـ فـ
 المقطوع ينحل كما هو منطوق الدعوى

فاذا كانت الاضلاع اـ دـ و سـ فـ و سـ اعمدة على القاعدة
 اـ سـ فحجم المنشور يكون بالضرورة $= \frac{1}{3} \times \text{اـ دـ سـ} \times \frac{\text{اـ دـ} + \text{سـ فـ} + \text{فـ دـ}}{3}$
 ومنه ينتج ان مساحة كل منشور ثلاثي هي الحاصل من ضرب القطع
 العمودي على الاضلاع الثلاثة المتوازية في ثلث مجموع هذه الاضلاع
 بعينها

* (الفصل الخامس) *

* (في تشابه المجسمات) *

(١٥٣) كل جسمين منتهيين بمستويات يقال لهما متشابهان اذا كانا
 داخلين تحت عدة واحدة من مستويات متشابهة وكانت زواياهما المجسمة
 متساوية على التناظر

فينتج من هذا التعريف ان الجسمين المتشابهين اضلاعهما المتناظرة تكون
 متناسبة وسطوحهما المتناظرة تكون نسبتها الى بعضها كنسبة مربعات
 الاضلاع المتناظرة وينتج من ذلك ايضا ان هذين الجسمين يمكن ان يحلأهما
 الى عدة واحدة من الاهرام الثلاثية المتشابهة على التناظر والموضوعة على
 وضع واحد

وهاتان النتيجةتان مبرهن عليهما بالتدقيق في هندسة ايرثاندر وهندسة
 لا كورواس وتفضل ذلك هنا لا يحتمل هذا المختصر

(١٥٤) كل هرمين متشابهين فالنسبة بينهما كنسبة مكعبات اضلاعهما
 او خطوطهما المتناظرة

وبرهان ذلك ان يقال حيث انه في المجسمات المتشابهة تكون النسبة بين

سطوحهما

سطوحهما المتناظرة \llcorner النسبة بين مربعات خطوطهما المتناظرة
فاذا فرضنا ان $صه ط$ و $صه ط$ من (شكل ١٢٢) ارتفاعان
متناظران للهرمين $صه ا-سه$ و $صه آ-سه$ يكون

$$ا-سه : آ-سه :: صه ط : صه ط$$

فاذا ضربنا هذه المناسبة في

$$ط صه : صه ط :: صه ط : صه ط$$

يتحصل

$$ا-سه \times صه ط : آ-سه \times صه ط :: صه ط : صه ط$$

لكن $ا-سه \times صه ط$ هو مساحة حجم الهرم $صه ا-سه$ و $آ-سه$

$\times صه ط$ هو ايضا مساحة حجم الهرم $صه آ-سه$ فاذن هذان

الهرمان المتشابهان تكون النسبة بينهما كنسبة مكعبى ارتفاعيهما او كنسبة

مكعبات اضلاعهما المتناظرة

ومن هنا يمكن ان يبرهن كما فى طريقة بند (٨٢) على ان المجسمين المتشابهين

تكون النسبة بينهما كنسبة مكعبات اضلاعهما المتناظرة

(الفصل السادس)

(فى الاجسام المستديرة وخواصها الاصلية)

(١٥٥) الاجسام المستديرة هى الحاصلة من حركة سطح مستوي توهم

دورانه حول خط مستقيم ويبحث فى الهندسة الاصلية عن ثلاثة اجسام

مستديرة وهى الاسطوانة القائمة والمخروط القائم والكرة

فالاسطوانة القائمة هى جسم ناشئ من دوران شكل مستطيل حول احد

اضلاعه المسمى بسبب ذلك محورا وفى هذا الدوران الضلعان العمودان على

المحور يرسمان دائرتين متساويتين تسميان قاعدتي الاسطوانة فحينئذ

الاسطوانة $ا ب$ قاعدتاها الدائرتان $ا س هـ$ و $ا س هـ$ ومحورها المستقيم $س هـ$

وعلى كل حال فكل مستقيم فرضناه يدور حول منحنى ايا كان ويبقى دائما موازيا لصلعه الاصلى فانه يتولد منه سطح اسطوانى فاذا كان المنحنى الذى يرشده هذا المهتمقيم المسمى مولدا دائرة وكان ذلك المولد مائلا على مستوى هذه الدائرة كانت الاسطوانة مائلة

ومن المعلوم ان قاعدتى الاسطوانة المتوازيتان تكون جميع القطوع الموازية لهما دوائر كل واحدة منها تساوى احدى هاتين القاعدتين ومن المعلوم ايضا ان كل قطع يمر بالمحور متوازى الاضلاع

(١٥٦) المخروط القائم هو الجسم المتولد من دوران المثلث القائم الزاوية على احد اضلاعه الزاوية القائمة المسمى بسبب ذلك محورا فينتج $ص ا$ من (شكل ١٢٤) هو محور المخروط $ص ا - د س$ القائم والخط $س هـ$ الذى يتولد منه السطح المنحنى لهذا المخروط يسمى مولدا وقاعدة هذا الجسم هي الدائرة $س د س$ المرسومة بالخط $ا ب$ الذى هو ضلع المثلث $ص ا ب$ المولد ورأسه هي النقطة $ص$

وبالجملة فكل مستقيم فرضناه يدور من نقطة حول منحنى ايا كان فانه يتولد سطحاً مخروطيا فاذا كان المنحنى الذى يرشده حركة المولد دائرة ولم يكن المحور عمودا على مستوى هذا المنحنى سمي المخروط مائلا ذا قاعدة دائرية انظر (شكل ١٢٥)

فينتج من تولد المخروط اولا ان كل قطع مواز للقاعدة دائرة وثانيا ان كل قطع مصنوع بالمحور مثلث

وحيث ان الدوائر اشكال متشابهة بمقتضى بند (٨٣) وان انصاف اقطار القطوع المذكورة نسبتها الى بعضها كنسبة ابعاد مراكزها عن رأس المخروط ينتج ان سطوح القطوع الدائرية نسبتها الى بعضها كالنسبة بين مربعات هذه الابعاد فاذن

الدائرة

الدائرة أ ب : الدائرة أ ب :: ص أ : ص ب

فيحصل قطوع هي منحنيات مختلفة بحسب وضع المستوى القاطع بالنسبة للضلع ص ب من المخروط وتفصيل هذه المنحنيات مع البحث فيها من مباحث علم تطبيق الجبر على الهندسة

(١٥٧) الكرة جسم منته بسطح منحن جميع نقطة على بعد واحد من نقطة داخله تسمى مركزا

ويمكن ان يتوهم ان الكرة حاصلة من دوران نصف دائرة حول قطرها فينتد كل قطع كرة مهضوع بمستوى مار بالمركز فهو دائرة مساوية للدائرة المولدة * مثال ذلك الدائرة أ ب التي مركزها س فان مركزها مركز الكرة وهذه الدائرة تسمى ايضا دائرة عظمى للكرة

وعلى كل حال فكل مستو قطع كرة يقطع سطحها على محيط دائرة

والدائرة الصغرى هي التي لا يمر مستويها بالمركز مثالها م ن د ه

وقطب دائرة الكرة هو نقطة في السطح على بعد واحد من جميع نقط محيط هذه الدائرة ومن المعلوم ان الدائرة سواء كانت عظمى او صغرى لها قطبان واقعان على مستقيم عمود على هذه الدائرة ومار بالمركز فينتد النقطة ط هي قطب الدائرة أ ب العظمى كما انها قطب الدائرة م ن د ه الصغرى

وكل دائرتين من الكرة عظميين يتقاطعان ضرورة في جزئين متساويين لان تقاطعهما المار بالمركز هو القطر

وكل نقطتين على الكرة غير متقابلتين بالتقاطر يحددان سمت دائرة عظمى لان هاتين النقطتين ومركز الدائرة تحدد وضع مستو

والجزؤ س ه ا ب س ه كما في (شكل ١٢٧) من سطح الكرة الواقع بين نصفي دائرتين عظميين متقاطعتين يسمى شقة كروية وجزؤ حجم الكرة الداخل بين المستويين س ه ا ب و س ه ب الذين هما نصف دائرتين عظميين يسمى

ضلع الكرة

كل ثلاث دوائر تتقاطع على الكرة تحدث مثلثا كرويا واضلاع هذا المثلث يمكن ان تحدث من ثلاثة اقواس دوائر عظمى او صغرى يمكن في العادة لا يعتبر الا المثلثات الكروية التي اضلاعها تكون اقواس دوائر عظمى كل قوس منها اصغر من نصف المحيط وينتج من ذلك ومن ثمرة (٣٥) ان مجموع ضلعي المثلث الكروي دائما اكبر من الضلع الثالث وذلك لان الاقواس ١- و ٢- و ٣- تكون قياسا للزوايا ١- و ٢- و ٣- المستوية المركبة للزاوية و ذات السطوح التي رأسها مركز الكرة ومجموع كل زاويتين من هذه الزوايا اكبر من الثالثة

والمنطقة جزؤ من سطح الكرة واقع بين مستويين متوازيين هما قاعدتاها فاذا كان احدهما المستويين مماسا لسطح الكرة لم يكن للمنطقة الا قاعدة واحدة وتسمى حينئذ طيلسانا كرويا

والقطعة الكروية جزؤ من حجم الكرة الواقع بين مستويين متوازيين هما قاعدتاها

ومحور المنطقة او القطعة الذي هو ارتفاعها هو البعد بين الدائرتين المتوازيتين اللتين هما قاعدتا المنطقة او القطعة

والقطع الكروي هو جسم متولد من دوران قطع دائرة حول احد نصفي القطرين

والمستوى يكون مماسا للكرة اذا لم يكن مشتركا معها الا في نقطة واحدة كما في (شكل ١٢٩)

ويقال للجسم مرسوم على الكرة اذا كانت جميع سطوحه مماسة للكرة

(١٥٨) اقصر بعد بين نقطتين على الكرة هو قوس الدائرة العظمى الذي يجمع بين النقطتين

ليكن ا-ب من (شكل ١٢٨) هو قوس الدائرة العظمى الذي يجمع بين

النقطتين

النقطتين $أ$ و $ب$ فلو فرضنا $د$ نقطة اقصر خطين $أ$ و $ب$
ثم رسمنا من النقطة $د$ المذكورة قوسين $دأ$ و $دب$ من
دائرتين عظميين واخذنا $ام = اد$ لكان بمقتضى النمرة السابقة $ام$
 $+ م د > اد + دب$ فاذا اختصرنا يكون $م - دب > د -$
وحيث كان اقصر بعد من $أ$ الى $د$ ايا كان يساوى اقصر بعد من $أ$
الى $م$ يكون لكل من البعدين $ام - و اد -$ جزؤ مساو لجزء من
الاخر لكن البعد $اد -$ هو بالفرض اقصر فاذن يكون البعدين $د$
و $ب$ اقصر من البعدين $م$ و $و$ وهذا خلف لان القوس $د - ب <$
من القوس $م - ب$ فاذن لا يمكن وجود نقطة من اقصر خطين $أ$ و $ب$
مرسوم على الكرة تكون خارجة عن قوس الدائرة $ام -$ العظمى فاذن هذا
القوس هو اقصر بعد بين طرفيه

والزاوية التي تحدث بين قوسى دائرتين عظميين مساوية للزاوية التي تحدث من
مماسي هذين القوسين في نقطة واحدة * فالزاوية $ت ط ت$ كما في

(شكل ١٢٩) الحادثة من المستقيمين $ت ط و ت ط$ العمودين على

المقطع المشترك بين الدائرتين $ط أ ط و ط أ ط$ والمرسومين في كل من
الدائرتين هي نفس زاوية هاتين الدائرتين وهذه الزاوية الكروية تكون

قياس القوس $أ آ$ المرسوم من النقطة $ط$ باعتبارها قطبا بين الضلعين

$أ ط و أ ط$ الممدودين اذ الزم مدهما ويعد نصف قطر مساو للضلع المربع

المرسوم فيها

(١٥٩) كل مستو عمود على نهاية نصف القطر فهو مماس للكرة

فاذا كان المستوى $ت ط ت$ كما في الشكل السابق عمودا على نهاية نصف

القطر $س ط$ فكل نقطة مثل $ت$ مأخوذة على هذا المستوى تصير بالبداهة

خارج الكرة لان $س ت < س ط$ فاذن المستوى $ت ط ت$ ليس له

الانقطة اشتراك مع سطح الكرة فاذن هو مماس لهذا السطح
فينتج من هذا ان الكرتين المتماستين يكون مركزاهما ونقطة تماسهما على خط
مستقيم واحد

* (الفصل السابع) *

* (في مساحة سطح الاجسام المستديرة) *

(١٦٠) كل سطح محدب فهو اصغر من كل سطح آخر يحيط به راكزا على
محيطه والمراد بالسطح المحدب هو الذي لا يمكن ان يمر به مستقيم في اكثر من
نقطتين * فليكن α - β - γ من (شكل ١٣٠) السطح المقروض
فاذا لم يكن اصغر من جميع السطوح المحيطة به يفرض ان السطح α - β - γ
اصغر تلك السطوح وان نهاية ما α - β - γ فيه انه مساو للسطح α - β - γ
ومن نقطة ايا كانت مثل δ يمر مستو δ بمس السطح α - β - γ
فهذا المستوى يلاقى السطح α - β - γ والجزء الذي يسقطه هذا المستوى
من السطح هو بالبداية اكبر من السطح المنتهى بهذا السطح فاذن اذا حفظنا
الباقى من السطح α - β - γ امكن ان يجعل المستوى عوضا عن الجزء
المطروح فيحدث سطح جديد يحيط بالسطح α - β - γ اصغر من السطح
الاول α - β - γ لكن هذا السطح α - β - γ المذكور هو
بالفرض اصغر من الجميع فاذن هذا الفرض لا يمكن وقوعه وبهذا اثبت
المطلوب

ومن هذا الاصل تنتج نتائج

الاولى اذا كان السطح المحدب المنتهى بمحيطين كالسطوح الاسطوانية مثلا
محاطا بسطح آخر ايا كان منتهى بهذين المحيطين فان هذا السطح المحاط يكون
اصغر من السطحين الاخرين

الثانية اذا كان سطح محدب مثلا كسطح الكرة يحيط به من جميع جهاته
سطح آخر فان السطح المحاط يكون دائما اصغر من السطح المحيط
الثالثة يمكن توهم مجسم مرسوم على الكرة يختلف سطحه وحجمه قليلا

فما يمكن عن سطح الكرة وحجمها اللذين هما اصغر من سطح الجسم وحجمه
(١٦١) مساحة السطح المنحني لاسطوانة قائمة تساوى حاصل ضرب
محيط قاعدتها في ارتفاعها

ليكن s من (شكل ١٣١) نصف قطر قاعدة الاسطوانة القائمة و s -
ارتفاعها فاذا اعتبرنا منشورا مرسوما على تلك الاسطوانة فانه يمكن تكثير
سطوحه الضالعية الى ان يفضل مجموع سطوحه على سطح الاسطوانة المنحني
بمقدار اصغر من اى مقدار مفروض ففي هذه الحالة محيط قاعدة المنشور
يختلف عن محيط قاعدة الاسطوانة بمقدار يكون اقل من كل مقدار معين
فاذا اشرنا بالحرف τ الى محيط كثير الاضلاع الذى هو قاعدة المنشور
المرسوم على الاسطوانة وبالحرف ϕ للارتفاع المشترك بين المنشور
والاسطوانة فمساحة الجسم الاول الذى هو المنشور من غير ان نعتبر القاعدتين
تكون $\tau \times \phi$ وهذا المقدار المتغير حيث كان حداه السفليان
 τ و ϕ يفرضان τ محيط الدائرة τ وان s السطح
المطلوب يكون بمقتضى نمرة (٧٥) $s = \tau \times \phi$

وهذه النتيجة تتحقق ايضا اذا لاحظنا ان اتساع سطح الاسطوانة القائمة هو
عبارة عن مستطيل قاعدته وارتفاعه محيط الاسطوانة وارتفاعها
(١٦٢) مساحة السطح المنحني لمخروط قائم تساوى نصف ضلعه مضروبا
في محيط قاعدته

فاذا فرضنا كما في البيان السابق هـ ما متحد الارتفاع مع المخروط ومرسوما
عليه كان سطح الهرم دائما اكبر من سطح المخروط لانه اذا اسندنا قاعدة
الهرم الى قاعدة هرم آخر مساولة واسندنا ايضا قاعدة المخروط الى قاعدة
مخروط آخر مساولة فان سطح الهرمين يحيط من كل الجهات بـ سطح المخروطين
فاذن السطح الاول يكون اكبر من الثاني فاذن سطح المخروط اصغر من سطح
الهرم المرسوم عليه

اذا تقرر هذا يقال اذا اشرنا بالحرف τ الى ضلع المخروط والعمود

النازل من الرأس على احد اضلاع المضلع المرسوم على القاعدة وكان ط محيط هذا المضلع فان سطح الهرم المرسوم على المخروط يكون مساويا ط $\times \frac{ب}{٢}$ لكن هذا المقدار المتغير حداه السفليان ح $\times \frac{ب}{٢}$ و سـ يجعل ح محيط قاعدة المخروط و سـ السطح المطلوب فاذن يتحصل بمقتضى بند (٧٥) سـ = ح $\times \frac{ب}{٢}$

واتساع السطح المنحنى لمخروط قائم هو بالمشاهدة عبارة عن قطع دائرة نصف قطره يساوى ضلع المخروط وقوسه يساوى محيط قاعدة هذا الجسم

(١٦٣) مساحة السطح المحدب من مخروط ناقص قائم ذى قاعدتين متوازييتين تساوى نصف مجموع محيطى القاعدتين مضروبا فى ضلع المقطوع ليكون المخروط المقطوع اى المخروط الناقص ا- ب من (شكل ١٣٢) فترسم ب- ش عمودا على ص- ب ومساويا للمحيط س- ب ونصل ص- ش ومن النقطة ب نرسم ب- ك موازيا ل- ش ومن النقطة م التى هى منتصف ب- نرسم ايضا م- د موازيا ل- ب ش فيتحصل من هذا العمل ان ب- ك يساوى المحيط ب- ب و م- د يساوى المحيط م- م وذلك لانه بسبب تشابه المثلثين ص- ب- ب و ص- م- م يكون

ص- ب : ص- م :: ب- ب : م- م :: المحيط ب- ب : المحيط م- م
وايضاً بسبب تشابه المثلثين ص- ب- ب و ص- م- م يكون
ص- ب : ص- م :: ب- ب : م- م :: ب- ش : م- ش

فاذن المحيط ب- ب : المحيط م- م :: ب- ش : م- ش
لكن ب- ش = المحيط م- م فاذن ب- ب = المحيط ب- ب وبمثل هذا يبرهن على ان م- د = المحيط م- م

اذا تقرر هذا يقال حيث ان سطح المثلث ص- ب- ش يساوى سطح المخروط ا- ب- ب الكامل وان سطح المثلث ص- م- د يساوى سطح المخروط

هـ فـ كان من المعلوم ان السطح المحدب للمخروط الناقص اـ هـ فـ
 = سطح شبه المنحرف هـ رـ شـ كـ فاذا كان هذا السطح من غير ان يدخل
 فيه القاعدتين = $\frac{\text{المحيط هـ رـ شـ كـ} + \text{المحيط دـ هـ}}{2} \times \text{هـ رـ}$

ويمكن ان يقال ايضا ان السطح المحدب للمخروط الناقص يساوي ضلعه
 مضروباً في محيط القطع المعمول على بعد واحد من قاعدتيه لان مـ دـ
 او المحيط مـ دـ = $\frac{\text{المحيط هـ رـ شـ كـ} + \text{المحيط دـ هـ}}{2}$

(١٦٤) مساحة السطح المتولد من حركة نصف مضلع منتظم مرسوم
 في نصف دائرة يدور على قطرها تساوي حاصل ضرب هذا القطر في محيط
 الدائرة المرسومة داخل ذلك المضلع

فليكن اـ مـ دـ هـ ٠٠٠ شـ من (شكل ١٣٣) نصف المضلع المنتظم
 المرسوم في نصف الدائرة من النقطتين رـ وـ هـ ومن النقطة ع التي
 هي منتصف هـ رـ تقام على القطر اـ شـ اعمدة رـ كـ وـ مـ لـ
 وـ عـ دـ ومن النقطة رـ يرسم مـ مـ موازياً لـ اـ شـ ويوصل عـ وـ
 باعتبار وـ مركز المضلع

فحيث ان المثلثين مـ رـ مـ وـ عـ دـ اضلاعهما المتناظرة متعامدة
 فهما متشابهان بمقتضى بند (٥١)

فحينئذ مـ رـ : عـ دـ :: مـ : مـ عـ دـ او مـ رـ : المحيط عـ وـ
 :: مـ : المحيط عـ دـ فبالنتيجة يكون

$$\text{مـ رـ} \times \text{المحيط عـ دـ} = \text{مـ} \times \text{المحيط عـ وـ}$$

والضلع مـ رـ بدورانه حول القطر اـ شـ يتولد منه سطح محدب من مخروط
 ناقص مساحة هذا السطح مـ رـ \times المحيط عـ دـ بمقتضى بند (١٦٣)
 فاذا كان مساحته ايضاً مـ \times المحيط عـ وـ
 فينتج من هذا ان المنطقة الحادثة من دوران احد اضلاع المضلع

مساحتها هي حاصل ضرب ارتفاع هذه المنطقة في محيط الدائرة التي
يكون $ع$ و نصف قطرها فاذن السطح المجدب الكامل يساوي القطر
اسم $خ$ المحيط $ع$ و اي محيط الدائرة المرسومة داخل المضلع
(١٦٥) مساحة سطح الكرة هو الحاصل من ضرب قطرها في محيط
دائرة عظمى

البرهان الاول ان يقال اذا رسمنا على الدائرة العظمى من الكرة مضلعا منتظما
ذاعد زوجي من الاضلاع وهو $م$ و $ط$ و $ر$ و $ص$ من (شكل ١٣٤) فان
السطح المرسوم بهذا المضلع تكون مساحته $م$ و $ص$ $خ$ المحيط اسم انظر
بند (١٦٤) وهذا السطح اكبر من سطح الكرة $س$ ا لكن الفاضل الذي بينهما
يمكن ان يصغر كما يراد بزيادة عدة اضلاع المضلع المولد كما يراد انظر بند (١٦٠)
ففي مثل هذه الصورة القطر $م$ و $ص$ يزيد على القطر $ا$ ب بمقدار اصغر من
كل مقدار مفروض فحينئذ المقادير الثلاثة التي هي $م$ و $ص$ $خ$ المحيط اسم
و $ا$ $ب$ $خ$ المحيط اسم والسطح $ص$ المطلوب يكون حكمها بحكم
المقادير الثلاثة المذكورة في غمرة (٧٥) وهي $خ$ و $ا$ و $ب$ فاذن
 $ص = ا - ب$ المحيط اسم

البرهان الثاني ان يقال اذا فرضنا ان سطح الكرة مقسوم الى عدد
لا يحصى من المناطق ذات القواعد المتوازية فان هذه المناطق يمكن ان
نعتبرها من غير خطا معتبر مناطق سطح دوراني يكون ارتفاعه قطر الكرة
فحينئذ يجوز ان يوضع هذا السطح موضع سطح الكرة فاذن بمقتضى الدعوى
السابقة سطح الكرة يساوي الحاصل من ضرب قطرها في محيط احدى
دوائرها العظمى

وسطح الدائرة العظمى مساحته هي حاصل ضرب محيط هذه الدائرة في ربع
قطرها و سطح الكرة يساوي الحاصل من ضرب محيط الدائرة المذكورة
في القطر بتمامه فاذا اشرنا بالحرف $ر$ الى نصف قطر الكرة وبالحرف $د$ الى
قطرها وبالحرف $ح$ الى محيط الدائرة العظمى فان سطحها يكون

$$د ح =$$

$د ح = ح ر = ر د = د ر$ فبسبب ان $\frac{د}{ر} = \frac{ح}{ر}$ يكون
بمقتضى بند (٧٥) سطح الدائرة هو $د ر$ فاذن يكون سطح الكرة اربعة
امثال سطح احدى الدوائر العظمى

فينتج من هذا وبطريقة مشابهة لطريقة غرة (٧٦) اولاً ان سطح كل منطقة
ذات قاعدة واحدة او قاعدتين يساوى حاصل ضرب ارتفاعها في محيط دائرة
عظمى من الكرة التى تنسب اليها هذه المنطقة وثانياً ان سطح الشقة الكروية
يساوى القوس الذى تقاس به زاوية هذه الشقة مضروباً في القطر لان نسبة
الشقة الى سطح الكرة كنسبة قوس هذه الشقة الى المحيط بتمامه

* (الفصل الثامن) *

* (فى مساحة حجم الاجسام المستديرة) *

(١٦٦) حجم الاسطوانة القائمة او المائلة يساوى حاصل ضرب قاعدتها
فى ارتفاعها

فاذا اعتبرنا منشوراً مرسوماً على اسطوانة اسـ ر يختلف حجمه عن حجم
هذا الجسم المستدير باقل ما يمكن كما فى (الشكل ١٣١) فان قاعدة المنشور
تكون نهايتها قاعدة الاسطوانة فحينئذ اذا اشرنا بالحرف ط
الى سطح المضلع المرسوم على قاعدة الاسطوانة وبالحرف ف الى ارتفاع
هذا المنشور الذى قاعدته هى هذا المضلع فان حاصل ط \times ف يكون
مساحة حجم هذا الجسم ويكون حداه الاسفلان السطح ا ح \times ف
و م اى حجم الاسطوانة فاذن المساحة الحقيقية لهذه الاسطوانة تكون
 $م = \text{السطح ا ح} \times ف$

(١٦٧) حجم كل مخروط مساحته هى الحاصل من ضرب قاعدته
فى ثلث ارتفاعه

فليكن ط سطح المضلع المرسوم على قاعدة المخروط و ف
ارتفاع هذا الجسم كما فى (شكل ١٢٥) فيتصور ان حجم الهرم الذى

قاعدته هذا المضلع المدكور وارتفاعه هو ارتفاع المخروط يمكن ان يزيد عن حجم هذا المخروط باقل ما يمكن وحجم الهرم $= ط \times \frac{1}{3} ط$ فينته اذا كان م هو المساحة الصحيحة للمخروط وكان اسمه هو نصف قطر قاعدته كان حاصل $ط \times \frac{1}{3} ط$ حدها الاسفلان هما السطح اسمه $ط \times \frac{1}{3} ط$ و م فاذن يتحصل م $=$ السطح اسمه $ط \times \frac{1}{3} ط$

تنبيه * يمكن ان يبرهن ايضا بالسهولة على القضيتين النظريتين السابقتين بملاحظة ان ناخذ عوضا عن قاعدة الاسطوانة مضلعا منتظما مرسوما عليها اذ اعد اضلاع غير متناهية ونعتبر هذا المضلع بمنزلة قاعدة منشور مثل الاسطوانة في الارتفاع فان هذا المنشور يمكن ان يؤخذ بدل الاسطوانة وكذلك يمكن ان نجعل عوضا عن المخروط هرما مرسوما عليه يكون مثله في الارتفاع فاذن الخ

(١٦٨) حجم المخروط الناقص يكافئ ثلاث مخاريط كاملة يكون كل واحد منها مثل المخروط الناقص في الارتفاع وتكون قاعدة احدها قاعدة الناقص السفلى وقاعدة الثاني قاعدته العليا وقاعدة الثالث وسطا متناسبا بين هاتين القاعدتين

ولاجل ادراك صحة هذه الدعوى يكفي ان تصور هرما ناقصا ثلاثيا يكون مثل المخروط الناقص في الارتفاع وتكون قواعده مكافئة لقواعد هذا المخروط لان حجمي هذين الناقصين يكونان حينئذ متكافئين ومساحة احدهما هي مساحة الآخر فاذن تدخل هذه القضية في ثمرة (١٥١)

(١٦٩) حجم الكرة يساوي حاصل ضرب سطحها في ثلث نصف قطرها البرهان الاول ان يقال اذا تصورنا ان نصف المضلع وهو م $ط$ و $ط$ ر ص من (شكل ١٣٤) يدور حول القطر ا ب فان الاضلاع $ط$ و $ط$ و $ط$ الخ تولد مخاريط ناقصة والضلعين م $ط$ و $ط$ ر ص يولدان مخروطين كاملين بحيث ان الكل يولد جنه مادائريا مرسوما على كرة نصف قطرها اسمه ولستوهم ايضا مجموع من اهرام مرسومة على كل من هذه المخاريط ومجموعا آخر من اهرام رؤسها

المشتركة

المشتركة مركز الكرة وقواعدها عين سطوح الاهرام الاولى فحينئذ حجم
الجسم المرسوم على كرة نصف قطرها $اس$ الحادث من المجموعتين تكون
مساحته $س$ $\times \frac{4}{3}$ يجعل $س$ اشارة لسطح هذا الجسم و $س$ نصف
قطر الكرة وحيث انه يمكن ~~تعدد~~ كثير عدة اضلاع المضلع المولد لجسم الدوران
وكذلك اهرام كل مجموع بحيث ان مجموع جسم الدوران والجسم المرسوم على
الكرة والكرة تختلف بمقدار اقل ما يمكن فالثلاثة مقادير $س$ $\times \frac{4}{3}$ والسطح
 $س$ $\times \frac{4}{3}$ و $م$ تكون اذن مقابلة لثلاثة بمقادير اخرى هي $غ$ و $ا$
و $ب$ كما في غرة (٧٥) فاذن المساحة الصحيحة لجسم الكرة هي

$$م = السطح س \times \frac{4}{3}$$

البرهان الثاني ان يقال اذا فرضنا ان سطح الكرة منقسم الى عدة غير متناهية
من مثلثات صغيرة غير متناهية سطوحها قواعد عدة بقدرها من الاهرام
المشتركة الرأس في مركز الكرة فان حجم كل واحد من هذه الاهرام يساوي
سطح قاعدته مضروباً في ثلث ارتفاعه او في ثلث نصف قطر الكرة فاذن مجموع
حجوم سائر هذه الاهرام او حجم الكرة يساوي حاصل ضرب سطحها في ثلث
نصف قطرها

فاذا اشرنا بالحرف $د$ للقطر فانه يحصل بمقتضى غرة (٧٥) السطح $س =$
 $ب د$ وكذلك $م = \frac{1}{3} ب د$

وينتج ايضا من هذه الاصول المتقدمة ان حجم القطع الكروي مساحته هي
حاصل ضرب المنطقة التي نعتبرها قاعدة له في ثلث نصف القطر

(١٧٠) كل قطعة كروية ذات قاعدة واحدة فهي مكافئة لسطوانة نصف
قطر قاعدتها ارتفاع هذه القطعة وارتفاعها نصف قطر الكرة الا ثلث الارتفاع
المذكور

وحجم القطعة الكروية $ا د ب$ كما في (شكل ١٣٥) هو بالبداهة يساوي حجم
القطع $اوسد$ الكروي ناقصا بحجم المخروط $ا ب و$ الذي قاعدته هي قاعدة
هذه القطعة

فإذا جعلنا $س د = ش ه$ و $ا و = ز$ فإن حجم القطع = سطح القطعة
الكروية $ا د ب = ا و \times \frac{1}{3} = ٢ \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ $ب ش ه = \frac{2}{3}$ $ب ش ه$
انظر بند (٦٤ و ١٦٩)

وأيضا حجم المخروط $ا و ب =$ السطح $س ا \times \frac{1}{3} = س د = ب ش ه$
 $\times \frac{1}{3} = س د = ب (٢ - ش ه) \times \frac{1}{3} = (ز - ش ه) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ $ب ش ه$
(٢ - ش ه) (ش ه - ز) بمقتضى بند (٥٤ و ٧٥)

فإن حجم القطعة الكروية ذات القاعدة الواحدة $= \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ $ب ش ه - \frac{2}{9}$ $ب ش ه$
(٢ - ش ه) (ش ه - ز) $= ب ش ه (ز - \frac{1}{3} ش ه)$ فهذا هو برهان
القضية المذكورة

(١٧١) حجم القطعة الكروية ذات القاعدتين المتوازيتين مساحته نصف
مجموع هاتين القاعدتين مضروباً في ارتفاعها زائد حجم الكرة التي يكون هذا
الارتفاع قطرها

ليكن $د د ع$ من (شكل ١٣٦) هو القطعة المطلوب مساحته حجمها
و $م$ منتصف القوس $د م ع$ و $د و = ز$ أي نصف قطر الكرة
و $م د = س$ أي ارتفاع القطعة $د م ع$ و $م د = ش ه$ أي
ارتفاع القطعة $د م ع$ و $د و = ز$ و $د و = ض ه$ أي نصف
قطري قاعدتي القطعة الكروية المطلوب مساحتها

فالقطعة $د م ع$ الكروية مساحتها $ب ش ه (ز - \frac{1}{3} ش ه)$ والقطعة $د م ع$
مساحتها $ب ش ه (ز - \frac{1}{3} ش ه)$ فإذن حجم القطعة $د د ع$ الكروية
المفروضة هو $م = ب ش ه (ش ه - ز) - \frac{1}{3} ب (ش ه - ز)$
وليكن $ظ$ الارتفاع $د د ع$ من هذه القطعة فيكون $ظ = ش ه - ز$

ولهذا

ولهذا يصير التعبير السابق هكذا

$$م = ب ظ [س (ش + ش) - \frac{1}{٢} (ش + ش + ش + ش)]$$

لكن بخاصية الدائرة المذكورة في بند (٥٤) يكون

$$ض = ٢ س ش - ش \text{ و } ض = ٢ س ش - ش$$

فاذا جمعنا هاتين المعادلتين تحصل

$$ض + ض = ٢ س (ش + ش) - (ش + ش)$$

ومنه ينتج

$$س (ش + ش) = ض + ض + ش + ش$$

فاذا وضعنا هذا المقدار موضع المقدار م يكون

$$م = ب ظ \left[\frac{ض + ض}{٢} + \frac{(ش - ش)}{٢} \right]$$

$$= \frac{ب ظ}{٢} + \left(\frac{ب ض + ب ض}{٢} \right)$$

وهذا الحاصل موافق لمنطوق القضية

(الفصل التاسع)

في مقابلة الاجسام المستديرة والاجسام المنتظمة وتشابه الاجسام المستديرة

(١٧٢) الاجسام المستديرة المتشابهة هي التي تكون جميع خطوطها المتناظرة متناسبة فيئتذ الاسطوانات وكذلك المخروطات القائمة تكون متشابهة اذا كانت مستطيلات او مثلثاتها القائمة الزوايا المولدة متشابهة فاذن الكرات تكون ضرورة متشابهة ومن هذه المشابهة يلزم ان تكون نسبة سطوح الاجسام المستديرة المتشابهة الى بعضها كنسبة مربعات اضلاعها المتناظرة الى بعضها والنسبة بين مجوعها كالنسبة بين مكعبات اضلاعها المتناظرة

وهذه الخواص يبرهن عليها يبراهين مماثلة للبراهين المذكورة في غمرة
(٨١ و ٨٣)

واذا قابلنا الكرة بالاسطوانة المرسومة عليها علمنا اولاً ان السطح المنحذب من
هذه الاسطوانة يكافئ سطح الكرة وثانياً ان نسبة السطح بقامه من الاسطوانة
المرسومة على الكرة الى سطح الكرة كنسبة ٣ : ٢ وهذه النسبة موجودة
ايضاً بين حجمي هذين الجسمين

وهذا يعلم بالسهولة من البراهين المقررة في غمرة ١٦١ و ١٦٥ و ١٦٦
و ١٦٩ و بيان ذلك ان يقال اولاً حيث كان الارتفاع f للأسطوانة
المرسومة على الكرة $= ٢$ r يكون سطحها من غير اشتماله على القاعدتين
 $= ٢ r^2 = ٤ r^2$ اي السطح الكروي

وثانياً اذا اضفنا الى هذه المعادلة مقدارى القاعدتين اللتين كل منهما $= r^2$

$$\text{يكون السطح الاسطوانى} = \frac{٦ - r^2}{٤ - r^2} = \frac{٣}{٢}$$

$$\text{وثالثاً ان حجم الاسطوانة يكون ايضاً مقسوماً على حجم الكرة} = \frac{٣ - \frac{٢}{٣}}{\frac{٤}{٣} - \frac{٢}{٣}} = \frac{٣}{٢}$$

(حدود الاجسام المنتظمة)

(١٧٣) قد بقي علينا النظر في الاجسام المنتظمة التى لها خواص غريبة
يعنى الاجسام المنتهية بضلعات منتظمة متساوية وصناعة زوايا زوجية
متساوية لكن لما كانت هذه الخواص غرابتها اكثر من نفعها اقتصرنا
على ان ننبه على ان عدة هذه الاجسام لا يمكن ان تتجاوز خمسة وان قواعدها
لا يمكن ان تكون الا مثلثات متساوية الاضلاع او مربعات او خمسات وهذا
ناشئ من كون مجموع الزوايا المستوية المركبة لسكل من زواياها المجسمة يجب
ان يكون اصغر من اربعة زوايا قائمة انظر بند (١٣٦) وهذه هي صورة اسماء

الاجسام

الاجسام المنتظمة

الجسم المنتظم ذو القواعد الاربعة جميع زواياه مجسمة ثلاثية وسطوحه الاربعة مثلثات متساوية الاضلاع

الجسم المنتظم ذو القواعد الثمانية زواياه مجسمة رباعية وسطوحه الثمانية مثلثات متساوية الاضلاع

الجسم المنتظم ذو العشرين قاعدة جميع زواياه مجسمة خماسية وسطوحه العشرون مثلثات متساوية الاضلاع

الجسم المنتظم ذو القواعد الستة او المكعب زواياه مجسمة ثلاثية وسطوحه الستة مربعات متساوية

الجسم المنتظم ذو الاثنى عشر قاعدة زواياه ايضا مجسمة ثلاثية وسطوحه الاثنا عشر مخمسات منتظمة متساوية

* (ذكر جله مسائل عملية حلها مبني على جملة من الاصول السابقة) *

الاولى اذا كان ارتفاع هرم ثلاثي ١١ر٣ مترا وثلاثة اضلاع قاعدته ٦ امتار و ٧ و ٨ فما يكون حجمه

الثانية ما مقدار ضلع ذي السطوح الاربعة المنتظم الذي حجمه ١٥ مكعبا
الثالثة اذا كان مقدار ضلع مخروط قائم ٨ و ارتفاعه ٥ فما يكون سطحه المجدب وحجمه

الرابعة اذا كان نصف قطر قاعدتي مخروط قائم ناقص ٤ و ٥ و ارتفاعه ٦ وكان ضلع هذا المخروط الناقص ٩ فكيف يستخرج السطح المجدب لهذا الجسم وحجمه

الخامسة اذا كان حجم اسطوانة ٣٦ مترا مكعبا ومحيط قاعدتها ٨ فكيف يستخرج ارتفاعها

السادسة اذا كان حجم كرة ١٣٩ مترا مكعبا فما يكون نصف قطرها
قريبه * في الاصل مقالة ثالثة ليست من المبادئ في شئ اسقطها اناظر مدرسة

الطوبى فيه اذ ذلك من التعريب وجرى العمل على ذلك تعليما وتعلما في ذلك الوقت وبهذا صارت المقالة الرابعة في الاصل ثالثة في الترجمة وتحولت غمر القضايا والاشكال من الآن فصاعدا ولم يعتبر ما تحلل بين المقالتين

* (المقالة الثالثة) *

* (في التسوية) *

* (الفصل الاول) *

* (في مباحث نظرية) *

(١٧٤) التسوية هي عملية يعرف بها مقدار كون نقطة اقرب من نقطة اخرى الى مركز الارض او ابعد منها وقد تقرر ان الارض التي هي كوكب سيار ليست كاملة التكوين بل بخاصية حركتها على نفسها اليومية كانت على هيئة ناقصة التكوين وكانت منبسطة جهة القطبين ومنتهجة جهة خط الاستواء ومع ذلك لا مانع في عمليات التسوية المعتادة ان يفرض انها كاملة التكوين وان كل نقطتين او عدة نقط تكون على تسوية واحدة اذا كانت في سطح كروي مواز لسطح المياه الراكدة لان من خاصية السوائل التي سطوحها خالية عن الموانع ان تتشكل بشكل كروي اذا لم تكن مضطربة ولكن نظرا لشدة عظم نصف قطر الارض كان سطح المياه المحصورة في مسافة صغيرة جدا يمكن ان يعتبر انه مستو

وافق المكان هو المستوى المماس لسطح الارض ونقطة التماس هي نفس مكان الراصد وهذا المستوى هو المسمى بالمستوى الافقي والخط الرأسى هو امتداد نصف قطر كرة الارض عمودا على الافق والاجسام الخجلة لفعل ثقلها تسقط على سمت هذا الخط والخط الافقى هو الخط الذى يكون عمودا على الخط الرأسى فاذن هو دائما موضوع على افق المحل او مواز له (١٧٥) ويتوصل مباشرة الى معرفة فروق تسوية عدة اما يمكن بواسطة

خطوط

خطوط افقية ينسب اليها ارتفاعات هذه الاماكن وانخفاضاتها وهذه الخطوط تكون مقروضة باعمدة على شاقول او بخطوط شعاعية بصرية مارة جميعها بسطح سائل في اسطوانة جزؤ منها افقي وجزآن رأسيان مفتوحا الطرفين او بخط مواز لمحور انبوبة اسطوانية من زجاج اعظم جزؤ منها مملوء ماء صافيا والجزء الباقي مملوء هواء وتكون موضوعة بحيث ان الهواء الذي ثقله الخصاص اقل من ثقل هذا المائع (والذي بهذا السبب يقصد دائما ان يشغل اعلا نقطة من هذه الانبوبة) يكون شاغلا وسطها بالتحريرومن هذا كانت الآلات تسمى ميزاناذاشاقول وميزانا مائيا وميزانا هوائيا

الشعاع البصرى أ- الافقى كما فى (شكل ١٦٥) يسمى خط التسوية المرئية او الظاهرية وكل خط منح مرسوم على سطح الارض يسمى خط التسوية الحقيقية مثال ذلك القوس اء الارضى (١٧٦) الجزء الخارج سء من القطر شء هو الذى يسمى فرق التسوية أ- الظاهرية عن التسوية اء الحقيقية ومن اللازم فى عملية فن التسوية تعيين مقدار هذا الارتفاع اذا عرف طول المماس أ- ويتوصل الى ذلك بالسهولة لانه يقتضى بند (٥٦) يكون

$$\text{شء} : \text{أ} :: \text{أ} : \text{سء} = \frac{\text{أ}^2}{\text{شء} + \text{سء}}$$

ومنه ينتج سء + سء ٢ = سء × سء = أ

ولاجل معرفة المقدار سء بالتدقيق يلزم حل معادلة بدرجة ثانية لكن هذا الارتفاع هو دائما صغير جدا بالنسبة للقطر سء ٢ من الارض بحيث

ان المعادلة السابقة يمكن ان ترجع من غير خطأ بين الى سء = $\frac{\text{أ}^2}{\text{سء ٢}}$ او الى شء = $\frac{\text{أ}^2}{\text{سء}}$ بالاختصار

وكذلك لاجل مسافة اخرى وهى أ = أ يكون سء او شء

$$= \frac{\text{أ}^2}{\text{سء}}$$

ومنه ينتج ان نسبة ارتفاعات التسوية الظاهرية الى التسوية الحقيقية هي تقريبا كنسبة مربعات المماسات المتقابلة بل وكالاقواس التي تنسب اليها هذه المماسات

فاذا علمنا ان نصف القطر هو $s = r = 6366198$ اوان لوغاريتم $r = 6.8049101$ وعلمنا ان المسافة $a = 1$ سهل علينا معرفة مقدار ارتفاع $ش$ المطلوب فلنبحث بمقتضى الاصول السابقة عن ارتفاعات التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية في المسافتين 400 و 1000 متر

فالارتفاع المقابل لبعده المسافة 400 متر يكون معبرا عنه بهذه المعادلة $ش = \frac{r^2}{r^2 + (400)^2}$ ويوجد بواسطة اجراء العمل باللوغاريتمات ان $ش = 0.016$

فيكون بعد ذلك ارتفاع $ش$ المقابل للمسافة $a = 1000$ متر بواسطة متناسبة هي

$$a : a' :: ش : ش'$$

ومقاديرها العددية

$$(400) : (1000) :: 0.016 : ش'$$

فيستد $ش' = 0.0785$ فاذا لزم عمل حسابات اخرى من هذا النوع فالاسهل ان تقابل بهذا الارتفاع الاخير جميع الارتفاعات المطلوب تعيينها لان القسمة تسهل بتغيير موضع علامة الاشارى بما يليق كما هو واضح وايضا لاجل اختبار كل حساب في هذا المعنى نذكر هنا جدولا صغيرا مشتملا على ارتفاعات التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية يمكن ان يستغنى به في كثير من الصور وهو هذا

ارتفاعات التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية	مسافات بالمتري	ارتفاعات التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية	مسافات بالمتري
متر	متر	متر	متر
٠.٢٣٧	٥٥٠	٠.٠٠٢	٥٥٠
٠.٢٨٣	٦٠٠	٠.٠٠٨	١٠٠
٠.٣٣٢	٦٥٠	٠.٠١٧	١٥٠
٠.٣٨٥	٧٠٠	٠.٠٣١	٢٠٠
٠.٤٤٢	٧٥٠	٠.٠٤٩	٢٥٠
٠.٥٠٣	٨٠٠	٠.٠٧١	٣٠٠
٠.٥٦٧	٨٥٠	٠.٠٩٦	٣٥٠
٠.٦٣٦	٩٠٠	٠.١٢٦	٤٠٠
٠.٧٠٩	٩٥٠	٠.١٥٩	٤٥٠
٠.٧٨٥	١٠٠٠	٠.١٩٦	٥٠٠

(١٧٧) نقطة المرأى المسماة أيضا نقطة الغرض هي إحدى النقط المرئية من جسم يتوجه إليها خط شعاعي بصرى وعلى بعد غير بين الكبر تظهر نقطة المرأى في محل غير محلها الحقيقي وهذا يحدث عن انكسار الاشعة وهو يظهر الاشياء عادة اعلى من ارتفاعها الحقيقي ويزداد ذلك الانكسار كلما قرب المرأى من افق الراصد بقدر $\frac{1}{16}$ تقريبا من فرق التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية ولاجل قطع النظر عن ذلك الانكسار نضع الآلة على بعد واحد تقريبا من النقطتين المتباعدتين اللتين يحدث عن فرق التسوية بينهما وبهذا الوضع

يُتَعَدَمُ فَرْقُ التَّسْوِيَةِ الظَّاهِرِيَّةِ عَنِ التَّسْوِيَةِ الْحَقِيقِيَّةِ مِثْلًا إِذَا كَانَ
 وَوَ خَطَ التَّسْوِيَةِ الظَّاهِرِيَّةِ الْحَادِثُ مِنْ وَضْعِ الْآلَةِ فِي أ كَمَا فِي
 (شَكْل ١٣٧) وَكَانَ $ا و = ا و$ (حَيْثُ انْخَطَ وَ ا و يُمْكِنُ أَنْ
 يَكُونَ مُنْكَسِرًا بِالْإِرَادَةِ فِي أ) فَانِ النِّقْطَتَيْنِ الْمَرْتَيْنِ وَ وَ مِنْ
 الْغُرُضَيْنِ د وَ د يَكُونَانِ بِالضَّرُورَةِ عَلَى بَعْدِ وَاحِدٍ مِنْ مَرَكِزِ
 الْأَرْضِ وَهُوَ س ه أَوْ يَكُونَانِ عَلَى أَفْقٍ وَاحِدٍ لِأَنَّ انْكِسَارَ الْأَشْعَةِ
 فِي د وَفَرْقِ التَّسْوِيَةِ الظَّاهِرِيَّةِ عَنِ التَّسْوِيَةِ الْحَقِيقِيَّةِ فِي هَذِهِ النِّقْطَةِ
 يَكُونَانِ عَلَى التَّنَازُلِ مِثْلَهُمَا فِي دَ وَيَنْتِجُ مِنْ ذَلِكَ وَبَسَبَبِ
 أَنْ وَ د = وَ دَ أَنَّ الْفَرْقَيْنِ النِّقْطَتَيْنِ س وَ سَ هُوَ فِي الْغَالِبِ
 عِبَارَةٌ عَنِ وَ سَ - وَ سَ = دَ سَ - دَ فَإِذَا كَانَ د س
 = دَ سَ فَانِ النِّقْطَتَيْنِ سَ وَ سَ يَكُونَانِ عَلَى تَسْوِيَةٍ وَاحِدَةٍ بِخِلَافِ
 مَا إِذَا كَانَ دَ سَ اكْبَرَا وَاصْغَرَا مِنْ د سَ فَانِ النِّقْطَةُ الْأُولَى وَهِيَ سَ
 تَكُونُ اخْفَضَ أَوْ أَرْفَعَ مِنَ الثَّانِيَةِ وَهِيَ سَ وَهَذَا وَاضِحٌ

* (الفصل الثاني) *

* (فِي تَطْبِيقِ الدَّعَاوِي النَّظَرِيَّةِ السَّابِقَةِ) *

* (مِيزَانُ الْمِيَاهِ) *

(١٧٨) اسْمُهُ جَمِيعُ الْمَوَازِينِ وَهُوَ الْمَقْصُودُ نَاسًا هُنَادُونَ غَيْرُهُ هُوَ مِيزَانُ
 الْمَاءِ وَهُوَ مَكُونٌ مِنَ الْبُيُوتَةِ اسْطِوَانِيَّةٍ جُزْءٌ مِنْهَا أَفْقٌ وَالْجُزْءَانِ وَهُمَا طَرَفَاها
 رَأْسِيَانِ مَفْتُوحَانِ مَوْضُوعٌ فِيهِمَا جَامَانُ ف وَ قَ كَمَا فِي (شَكْل
 ١٣٩) وَهَذِهِ الْبُيُوتَةُ مَحْمُولَةٌ مِثْلُ آلَةِ الْغَرَا فَوْسْتَرِ (وَهِيَ آلَةُ اخْذِ صُورَةِ الشَّيْءِ
 وَقِيَاسِ الزَّوَايَا) عَلَى رَكْبَةٍ مِثْلِ رَكْبَةِ الْبَلَدِ شَيْطَةٍ مُمْسِكَةٍ بِجَلْبَةٍ كُرْوِيَّةٍ مَحْمُولَةٍ عَلَى

ثلاث شعب ويلزم ان يكون طولها نحو متر وبواسطة هذا التركيب يسهل تحريك الآلة ورفعها وخفضها وتدويرها كيفما اريد واغلب موازين هذا النوع مصطنعة من الصفيح ومحركة على الوجه المرسوم في شكل ١٣٩ ولكن اقواها وانفعها يكون من النحاس

ومتى اريد استعمال هذه الآلة لزم صب الماء في احدى الجامين فانه يصل حالا الى الجام الاخر ويوضع مقدار كاف للماء الجامين تقريبا الى الثلثين فيثبت متى كان سطح الماء ليسا مضطربين فانهم ما يكونان على افق واحد بمقتضى خاصية السوائل التي تكون دائما على هذا الوضع اذا خلت من الموانع ولكن بشرط ان لا يكون ثنى من الهواء ساكنا في داخل الجزء الافقى لان الطرفين المتوازيين ليس لهما خيتم ثقيل واحد ولا جل اخراج الهواء يسد احدى الجامين وتعال الآلة امالة خفيفة بحيث تكون قريبة من العمودية وضعاراسيا فيثبت جميع الهواء الذي فيها بعد ويخرج من الجام الاخر

فاذا نقلنا الميزان من وضع الى وضع آخر سدنا احدى الجامين واملنا هذه الآلة حتى لا يمكن انتشار الماء ثم وعند وضعها يفتح الجام المسدود شيئا فشيئا ليأخذ الماء على التدريج تسويته ثانيا وكذا اذا سدنا زمانا بعد زمن احدى الجامين بالاصبع توصلنا الى تنقيص حركة العمود المائى المسببة عن تحريك الآلة عند توجيهها الى نقطة المرئى

ويلزم ان يحذر مدة الرصد من خروج الماء من فصالات القطع المركبة للميزان ويلزم مدة الحر الشديد او الامطار ان تكون مدة العمل يسيرة في كل وضع حتى لا يكون للماء زمن يكفى في تصعد او زيادة حجمه وفي العادة يلوون الماء ليكون اشد ظهورا

* (المرئى) *

(١٧٩) استعمال الميزان يستدعى استعمال المرئى المسمى بالغرض او الهدف وهو قطعة من مقوى اولوح من الصفيح نحو ثلاثة ديسمترات مربعة

ومنقسمة الى قسمين متساويين بالخط م د الافقي ويلزم ان يكون لون احد هذين القسمين مخالفا للون الآخر وتربط هذه القطعة في طرف مسطرة على وجهه ان م د كافي (شكل ١٣٩) يكون عمودا على عرض هذه المسطرة ومن اللازم ان المسطرة تدخل بالتعشيق في مسطرة اخرى طولها ضعف المتر مرة او مرتين يعني مترين او اربعة امتار وكل ينقسم الى اعشار واعشار الاعشار واعشار اعشار الاعشار وهذا الجهاز يسمى بالقامة فيرفع ويخفض الغرض م د على هذه القامة حتى يصير بالضبط في افقي الميزان

* (التسوية البسيطة) *

(١٨٠) كلما امكن ايجاد فرق تسوية نقطتين بوضع واحد للميزان فان هذه العملية تكون من مباحث التسوية البسيطة والقضيتان العمليتان الاتيتان هما من هذه الصورة

(١٨١) كيف يمكن ايجاد فرق تسوية النقطتين ا و ب كافي (شكل ١٤٠) اللتين يمكن الوصول اليهما

ضع الميزان س ط على بعد واحد تقريبا من النقطتين ا و ب ومن بوضع القامة في النقطة ا وضعارأسيا ثم بإشارة اصطلاحية يرفع او يخفض الغرض حتى ان الخط س ه يمر بمستوى مياه الميزان واذا شوهد على القامة ا م مقدار البعد ا آ فانه يكتب على مسودة عمل التسوية ومن غير نقل الآلة عن محلها وضباع الزمن من ينقل القامة الى النقطة ب واجر العمل الذي اجرته بعينه في النقطة ا لاجل تحصيل مقدار البعد ب ب واكتبه ايضا على المسودة لترجع اليه عند الحاجة

ليكن مثلا $11 \text{ آ} = 2036 \text{ م}^2$ و $2 = 2090 \text{ م}^2$ فيلاحظ

من هذين الارتفاعين المختلفين ان النقطتين $ا$ و $ب$ ليستا على تسوية واحدة بل النقطة $ا$ اخفض من النقطة $ب$ بقدر $ا - ب = ١٥٣٦ ر - ١٥٩٠ ر = ٥٨٦ ر$ وبالجمله فاخفض النقط بالبداية النقطة ذات الارتفاع الاكبر بالنسبة لافق الميزان

ولاجل رؤية سطوح المياه على وجه تام يلزم ان يكون الراصد قريبا من احد الجامين ويكون النظر بعين واحدة بحيث ان الخط الشعاعي البصرى يكون مماسا لمستوى ماء الجامين

ولا يخفى ان المهندسين يسمون ايضا الارتفاع $ا$ الاول بالمؤخر والارتفاع $ب$ الثانى بالمقدم

* (اخذ صورة قطع ارض) *

(١٨٢) اذا كانت الارض مختلفة بين النقطتين $ا$ و $ب$ كما فى (شكل ١٤١) وكانت معرفة صورتها لازمة كما اذا كان القصد اخذ صورة قطع بناء او استحكامات فانه يؤمر بوضع القامة على التوالى فى النقط $ا$ و $ب$ و $د$ و $هـ$ و $ز$ لاجل تحصيل ارتفاعاتهما ثم يقاس الارتفاع $ط$ و $و$ من الآلة المفروضة عند وضعها على المستقيم $ا - ب$ فى منتصفه تقريبا ثم يختم بقياس الابعاد $اس$ و $سد$ و $دط$ و $طه$ و $هـ - ز$ الافقية

والعادة ان تجعل هذه الابعاد متساوية اذا كان فى الاراضى مبول بسيرة الانحدار

فتى تم اخذ صورة القطع فانه يرسم بالمقياس المستعمل المتفق عليه لكن متى كانت الارتفاعات صغيرة بالنسبة للابعاد الافقية وجب ان يراعى ان كل واحد من مقدار واحد لتكون المسافة التى بين الخط $ا - ب$ الافقى والخط $اسه$ و $دطه$ الذى هو عبارة عن قطع الارض كافية لان نكتب على

الارتفاعات مقاديرها او رسم الارتفاعات بمقياس اكبر من المقياس الذي رسمت به الابعاد الافقية لاجل كتابة مقادير الارتفاعات عليها وقد جرت العادة انهم ياخذون هذا المقياس الاخير مكررا بقدر مقياس الابعاد الافقية

* (التسوية المركبة) *

اذا كانت النقطتان المطلوب ايجاد فرق تسويتيهما موضوعتين على بعدا كبر من امتداد خط البصر الشعاعي او كانت قطعة الارض كثيرة الارتفاعات والانخفاضات او كانت ذات انحدار عظيم فلاجل ايجاد فرق التسوية بين هاتين النقطتين تعمل تسويات بسيطة بينهما وهذا ما يسمى بالتسوية المركبة فليكن $A - S - E - F - W$ من (شكل ١٤٢) قطع الارض الكائن بين النقطتين A و W المفروض ان احديهما بعيدة عن الاخرى بحيث لا يمكن ايجاد فرق التسوية بينهما الابعة اوضاع مثل 1 و 2 و 3 الخ ففي هذه التسوية المركبة تكون كل تسوية بسيطة مرتبطة بالتسوية التي قبلها بمؤخر التاليسة الموجود في مقدم الاولى كما يشاهد بالتأمل في الشكل وهذه الطريقة في العمل يتضح بها فرق التسوية بين جميع النقط $A - S - E - F - W$

فاذا لم يمكن وضع الآلة بين طرفي كل عملية جزئية مثلا واحتجنا لوضعها في S لاجراء التسوية في $S - E$ الثانية الجزئية فالتاثير يجعل الارتفاع المؤخر فيها S مساويا لارتفاع الآلة فاذا كان الغرض معرفة فرق التسوية بين الطرفين A و W فانك توجه باسمه الطرق الخط $A - S - E - F - W$ الذي قد يكون في مستو واحد راسي وقد لا يكون والارتفاعات $A - S - E - F - W$ الخ الرأسية هي التي يلزم معرفتها فقط لكن اذا كان اتجاه خط العملية اقتضته طبيعة عدة اشغال مرتبة لازم قياس جميع الابعاد $A - S - E - F - W$ الخ وكذلك

الزوايا

الزوايا الواقعة بينها والعبادة ان يتبدء باخذ صورة قطعة الارض المطلوب اجراء العمل بها ويعلم بشواخص على سطح تلك القطعة اتجاه الخط $A-B$ $S-D$ الخ كما اذا كان الغرض عمل خليج للسفر فيه او تحويل مجرى مياه غدير حول قلعة فانه يلزم رسم صورتها رسمًا صحيحًا

ولذلك كرا لا ناسهل الطرق لتحصيل فرق تسوية النقطتين A و B اذا علمت على مسودة التسوية جميع مقادير المقدمات والمؤخرات فن مجموع مقادير المؤخرات بطرح مجموع مقادير المقدمات والباقي هو المقدار الذي يوجد به الطرف الثاني B اعلا او اسفل من الطرف الاول A على حسب كون مجموع مقادير المؤخرات اكبر او اصغر من مجموع مقادير المقدمات فاذا لم يبق شيء فان النقطتين A و B يكونان على تسوية واحدة ففي صورة الشكل المذكور مثلا تكون

ومقادير المقدمات

مقادير المؤخرات

1^m
١٩٤٨

2^m
٢١٢٦

٢٤٤٥

٢٣٦٠

٠٠٠٠

١٥٨٨

٠٨٦٨

٢٣٦٧

١١٠٠١

١٥٤٤

٠٧٨٥

٠٣٥٤

مجموعها = 7146^m

مجموعها = 10339^m

فيثبت النقطة B تكون اعلى من النقطة A بقدر 10339^m

$7146^m = 3193^m$

وبرهان هذه القاعدة سهل الفهم لانا اذا فرضنا ان A و B مقدار المؤخر

$$\begin{aligned} & (-\bar{1}) + (-\bar{1}) + (-\bar{1}) + (-\bar{1}) = (2) \\ & (1 + 1 + 1 + 1) = (\bar{1} - \bar{1}) + (\bar{1} - \bar{1}) + \\ & (- + - + - + - + -) - (1 + 1 + 1 + 1) \end{aligned}$$

وهذا الحاصل يثبت القاعدة المذكورة

وتحقيق التسوية يكون بإعادة جميع الاعمال ثانيا بالابتداء من النقطة α الى النقطة α' والعمل بهذه الطريقة هو التسوية المنعكسة وهذه التسوية توصل الى حاصل نظير حاصل التسوية الابتدائية لكن اذا كان الحاصلان لا يتخالفان الا بمقدار صغير جدا فانه يؤخذ متوسط مجموعهما اذا لم يكن هناك سبب يحملنا على اختيار استعمال احدهما دون الآخر

* (السم بالبلشيطه) *

(١٨٣) هذه الآلة التي هي إحدى الآلات النافعة في اخذ صورة قطعة من الارض في اقرب زمن هي كناية عن لوح اى تحتة مربعة من كبة على ركبة

۱۰۰

محمولة على سبيبة ذات ثلاثة ارجل وهذه التختة يمكن تحريكها بسهولة الى اى جهة كانت وينبغي ان تكون هذه الركبة ايضا مصنوعة بكيفية بها تحدث فى التختة حركة رحوية بطيئة خفيفة ولكن يشترط ان لا تغير هذه الحركة الوضع الافقى الذى هو لازم مادام الراصد مشغلا بالتحريك على الشواخص ويوجد احيانا فى الطرفين المتقابلين من التختة اسطوانتان ذاتا محورين يبرمتين مركبتين على كل محور ترس مسنن من احد طرفيه ووظيفة هاتين الاسطوانتين نشر الورقة التى ترسم عليها العمليات وطبها على حسب الحاجة ويجعل وضع البلنشيطة افقيا بواسطة ميزان تسوية هواءى اودى شاقول انظر بند (١٧٥) لكن من اعتاد على ذلك ولو يسيرا يقوم نظره مقام احدى هاتين الاكيتين ولما كانت البلنشيطة لوحا صغيرا استعمالها معها لتعيين المحال * عضادة من نحاس ذات شطيتين اود ذات نظارة متحركة واحدة حافتي مسطرة هذه العضادة تعين على الورقة الموضوعه على البلنشيطة اتجاه الاشعة البصرية الخارجة من نقطة مكان الراصد الى الاشياء التى حوالها

(١٨٤) والغالب فى اخذ صورة تفاصيل الاماكن طريقان الاولى ان تحدد المسافة التى يراد اخذ صورتها بمضلع ذى اضلاع اقل ما يمكن فاذا كانت المسافة عظيمة فانها تقسم الى مضلعات اى مثلثات جزئية ثم تقاس الزوايا والاضلاع قياسا مضبوطا ثم تنزل اعمدة صغيرة من جميع انعطافات الارض على تلك الاضلاع المعتبرة قواعد كما يشاهد فى (شكل ١٤٣) ثم ترسم جميع الاشياء الداخلة فى هذه المضلعات

فاذا كانت المسافة غاية كثيفة الاشجار بحيث لا يمكن الدخول فيها جعلت كلها داخل المضلع بخلاف ما اذا كانت المسافة جزيرة او ساحة تحيط بها غابات او برك فان خطوط العمل ترسم فى داخلها والطريقة الثانية ولا تستعمل عادة الا اذا كان لا يمكن الوصول الامن ضلع

واحد أي قاعدة واحدة تكون برسم جميع الزوايا الواقعة بين هذه القاعدة والاشعة البصرية المتوجهة من نهايتها إلى جميع النقاط الممكنة الرؤية الموجودة على يمينها وشمالها لكن لا يخفى أنه لا بد من اجتناب الزوايا الحادة جدا والمنفرجة كذلك لأن وضع النقطة المجمولة في ملتقى الخطين يتضح كلما كان تقاطع الخطين واضحا

واستعمال هذه الطريقة يستدعي كون محيط الأرض المراد رسمها مركبا من مجموع خطوط مستقيمة لأن هذا المحيط إذا كان منحنيًا وإذا انعطاف لا يمكن في الغالب أن تعين منه الأعدة نقط قليلة فيلزم في هذه الحالة أن ترسم بمجرد النظر الأجزاء التي لم يمكن تحديدها بالآلة

(العمل بالطريقة الأولى) *

(١٨٥) لنفرض --- كما في (شكل ١٤٣) أن النقطتين α و β اللتين هما نهايتا أحد اضلاع المثلثات المصنوعة على قطعة الأرض المطلوب أخذ صورتها مرسومان على البلنشيطة وأن الغرض هو أخذ صورة الاستدارة $\alpha\beta$ --- الخ التي يمكن التوصل إليها وكذلك تحديد جهاتها بالنسبة للقاعدة $\alpha\beta$

فتوضع البلنشيطة وضعا أفقيا في النقطة α من الأرض على وجهه α من البلنشيطة تقابل α من الأرض تقابل الرأس α ويتوصل إلى هذا بالسهولة بواسطة تحريك الآلة تحريكًا خفيفًا وبعد هذا الوضع نوضع المسطرة على البلنشيطة مطبقا خط حافتها على المستقيم $\alpha\beta$ المرسوم على الورق وتدار تحت البلنشيطة على مركزها حتى يكون محور النظارة أو شطيتا العضادة على استقامة القاعدة $\alpha\beta$ حينئذ يكون وضع البلنشيطة موافقا للمطلوب فتثبت على هذا الوضع ثم بعد ذلك تغرس ابرة قائمة في النقطة α وترسم على الورق الزاوية $\beta\alpha\gamma$ بتدوير المسطرة بلطف حول هذه البرة إلى أن يشاهد محور النظارة أو شعاع الشطيتين على استقامة الشاخص β أو غيره من الشواخص الموضوعة على الخط $\alpha\beta$

ثم يرسم بقلم الرصاص خط غير منتهى على طول المسطرة من جانب الابرّة فيوجد على الورق الخط ab قد احدث مع ash زاوية $ash = bsh$ الارضية لكن يشترط بعد هذا العمل الثانى ان يكون الخط ash البلنشيطة منطبقا على ash الارضى ولا بد من امتحان صحة ذلك بتكرير وضع المسطرة كما كانت اولا

ثم قبل ترك الوضع a يقاس البعد ab الارضى ويؤخذ على الورق من مقياس الرسم عدة الامتار المتحصلة وينقل البعد المتحصل بهذا الوجه من a الى b وتقام ايضا اجزاء خط ab وكذلك الاعمدة الصغيرة النازلة من نقط المنحنى agh ضه $ط$ على ذلك الخط وتنقل هذه الاعمدة على الورق كما نقل الخط ab بتمامه فاذا صح العمل لزم ان مجموع الابعاد agh و gh الجزئية يكون مساويا للخط ab بتمامه واذا كان المنحنى agh ضه $ط$ كثيرا لانعطاف والاعوجاج لزم ان يراى بقدر ما يمكن فى عدد الاعمدة gh و $ضه$ الخ ويسهل فى هذه الصورة ان تجعل متساوية الابعاد عن بعضها ولاجل رسم الاعمدة تستعمل البوصلة او الزاوية القائمة المسماة عند المهندسين بثلاث المساح كما فى النمرالآتية وايضا اذا كانت الاعمدة قصيرة جدا فانه يمكن بمجرد النظر معرفتها لكن متى كانت النقطتان gh و $ضه$ متباعدتين عن بعضهما فانه يمكن تحديدهما بالبلنشيطة بالطريقة الثانية بجعل ab قاعدة

فاذا ترك الوضع a غرس فيه شاخص ثم توضع البلنشيطة وضعها افقيا فى النقطة b مع الاهتمام بعذر رفع الشاخص b بمقابلة النقطة $ش$ البلنشيطة للنقطة b الارضية تقابل رأسيا ويجعل وضعها الجديد موازيا للوضع الاول وكيفية ذلك ان توضع كما تقدم حافة المسطرة على الخط ab ثم تدار البلنشيطة حتى يكون محور شعاع الشطيتين او النظارة مارا بالشاخص a فى هذه الحالة يصير وضع البلنشيطة موازيا للوضع الاول ثم ترسم الزاوية

ا - س على الورق بتدوير المسطرة حول الابر - الى ان يمر الشعاع
البصرى المار بمحور النظارة بالشاخص س فيحصل على الورق مقدار
س - يقابل ب س الارضى فبالنتيجة تكون الزاوية ا - س
البلنشيطة مساوية ا ب س الارضية

ومن المهم جدا ان نتحقق هذه الاعمال في كل وضع من غير تحويل
البلنشيطة عن محلها بوضع حافة المسطرة على الخط - س فاذا لم يحصل
غلط في قياس ا ب او في اتجاه الآلة لزم ان يكون المحور الشعاعى من
النظارة او من الشظيتين مارا بالنقطة ش الارضية ففي صورة ما اذا كانت
هذه النقطة غير مرتبة توجه الشعاع البصرى الى نقطة اخرى معروفة
ومرسومة قبل ذلك على الورق ويدام اجراء هذه الطريقة في اخذ رسم باقى
محيط الشكل ا ب س الخ والدليل على صحة جميع هذه الاعمال انك اذا
وضعت البلنشيطة فى ي و وجهتها بحيث يكون وضعها موازيا للاوضاع
السابقة ثم جعلت حافة المسطرة على الخطوط ا - ب و س - س الخ
على التوالي وجدت الخطوط الشعاعية البصرية منطبقة بالتحريك على الخطوط
ي ا و ب و ي س الخ

(١٨٦) قد بينا ان قياس جميع اضلاع المضلع لا بد منه فى صحة رسم

المحيط ا غ ض ط ب لكن اذا كان الخطان ا ب و ب س جديدين من
حدود قطعة الارض وامكن من غير ضرر التساهل فى التحريك كفى قياس
قاعدة واحدة

وبين ذلك اتنا اذا حددنا من جهة طول الخط ا ب ومن جهة اخرى
الزاوية ا ب س = ا - س وانتقلنا بعد ذلك الى النقطة س لزم
ان نجعل الخط - س البلنشيطة مقابل الخط - س الارضى لاجل
توجيه البلنشيطة توجيه الاتقا وبعد ان نضع ابرة فى النقطة ا نحرك حولها
المسطرة حتى يمر الخط الشعاعى بالشاخص ا فالخط المرسوم فى جانب
المسطرة يقطع المستقيم - س غير المتناهى فى النقطة س التى تصير

مقابلة للوضع م

فالاّن لاجل تحديد النقطة د نجعل اولا النقطة سـ مقابلة للنقطة التي
كان فيها الشاخص م تقابل لرأسيا وتظهر هل توجه البلنشيطة صحيح
ام لا ثم نبحث بالمسطرة عن اتجاه الخط سـ د موجهين نظرننا الى د وبعد
ان ننقل الى النقطة د ونوجه فيها الآلة ندير كما تقدم المسطرة حول
النقطة ا فتقى من الشعاع البصرى بالنقطة ا فان حافة المسطرة تقطع
الخط سـ د فى النقطة د التي هي المطلوب وهلم جرا
وقد فرضنا فيما تقدم انه يلزم ربط التفاصيل بالنقط المعينة قبل ذلك بعمل
مثلثات منقولة على الورق لـكن اذا لم يكن الغرض الارسم قطعة ارض
صغيرة مستقلة امكن اخذ اول نقطة مثل ا كما يراد على البلنشيطة واذا
كان الغرض تحديد جهة الرسم بالنسبة لخط نصف النهار الارضى فلتستعمل
آلة الانحراف كما سيأتى

* (آلة الانحراف) *

(١٨٧) من المعلوم ان الابرّة المغناطيسية اذا وضعت افقية يهتدى
احد طرفيها جهة القطب الشمالى وان انحراف هذه الابرّة فى مدينة باريس
غربى ويساوى $\frac{1}{2} 2'$ تقريبا بمقتضى التقسيم الستينى وهذه الابرّة
مظروقة فى علبة قائمة الزوايا فى قاعدتها من داخل خط يسمى خط الشمال
الجنوبى مواز لاحد طرفى الابرّة وهذه الآلة هي المسماة بالآلة الانحرافية
لانها تستعمل لمعرفة زاوية الانحراف التي تحدث من خط مرسوم على
الارض ومن خط نصف النهار المغناطيسى

فلنفرض مثلا انه يلزم ان نرسم على لوح الرسم اتجاه خط نصف النهار الارضى
فتحرر اولا البلنشيطة كما تقدم يعنى اننا نجعل الخط ابـ من الرسم مقابلا
للخط ابـ الارضى ثم نضع الآلة الانحرافية على البلنشيطة بعد تثبيتها ثم
نديرها الى ان يقع طرف الابرّة المغناطيسية على خط الشمال الجنوبى فاذا
حصل هذا التطابق رسمنا بقلم الرصاص خطا على امتداد اكبر

اضلاع الآلة الانحرافية فيصير هذا الخط موازيا للأبرة او لخط نصف النهار المغناطيسى ثم بعد ذلك لاجل تعيين خط نصف النهار الارضى الحقيقى لا يلزم الارسم خط جديد يحدث مع الخط الاول زاوية مساوية لانحراف الأبرة لكن اذا لم يكن القصد الا جعل اوضاع البلنشيطة متوازية فالتاثير فى اى نقطة من الرسم الذى نحدثه انه يلزم تدوير البلنشيطة حتى تستر الأبرة خط الشمال الجنوبى المفروض اولا موازيا للخط المرسوم على الخريطة الذى هو عبارة عن خط نصف النهار المغناطيسى واذا دققنا وجدنا هذا التوازى لا يكون تاما ابدا لا مجرد كون انحراف الأبرة المغناطيسية يتغير غالبا من مكان الى آخر ولا لكونه قد يتغير فى عدة ساعات مختلفة فى مكان واحد بل لعلة اخرى ايضا وهى ان دوائر خطوط انصاف النهار المغناطيسية هى خطوط مجمعة جهة القطب وتشابه المواد الحديدية ببعضها هو ايضا احد الاسباب التى توجب انحراف الأبرة فالاحسن حينئذ تحرير البلنشيطة بالاوضاع المختلفة كما ذكرناه فيما سبق وان كان تحريرها بالآلة الانحرافية فيه سرعة لاخذ الرسم

(العمل بالطريقة الثانية) *

(١٨٨) لا معنى لكثرة التوضيح فيما يتعلق بطريقة تعيين نقط رسم التقاطعات لان هذه الطريقة لا تكاد تختلف فى شئ عن الطريقة المستعملة فى عمل المثلثات فاذن تقتصر على ان تنبه على انه اذا كان لا يمكن الاقياس القاعدة اى كما فى (شكل ١٤٤) وكان من اللازم اخذ رسم النقط ب س ف د الخ التى حولها يضع الانسان البلنشيطة فى النقطة ا وضعا افقيا ويرسم على الورق الذى يستر الآلة الخط ا ب ويعطى له اجزاء من مقياس بقدر ما فى اى من الامتار ويجعل النقطة ا وذلك الخط مقابلين على التناظر للوضع ا والقاعدة اى ويوجه العضادة على التوالى حول ا على اشياء مختلفة مثل ب و س و ف الخ لتحصيل الاشعة ا ب و ا س و ا ب الخ ثم بعد ذلك ينتقل الى النقطة ي

ليعمل

ليعمل فيها كالأعمال التي صنعها في النقطة α يعني أنه يحدد الأشعة $\alpha\beta$
 $\alpha\gamma$ و $\alpha\delta$ التي تقاطعها مع الأولى تتم تحديد النقطة β و γ و δ
 α فحينئذ الصورة $\alpha\beta\gamma\delta$ تكون مشابهة للصورة الأرضية
 $\alpha\beta\gamma\delta$ والأولى أن يقال أن $\alpha\beta\gamma\delta$ هو مختصر مسقط الشكل
الأرضي $\alpha\beta\gamma\delta$ وأما النقطة δ التي تكاد توجد في الاتجاه
أي فإنها تحدد أيضا بالتقاطع لكن يجعل γ قاعدة
ويسمى بهذه الطريقة عمل صورة الرسم وتصوير جميع تفاصيلها بدون عمل جلة
من المثلثات لكن من الضرر البين أن يوثق بالكلية بالبنشبيطة لأن ضبطها
لا يمكن أن يساوى في صورة من الصور ضبط الآلات المستعملة في التحديد
الهندسي للنقطة الأصلية من خرطة

(١٨٩) إحدى الأعمال المهمة التي تقع غالباً في أخذ صورة التفاصيل
هي أن يحدد على الرسم وضع أي نقطة تراد من الأرض بشرط أن تنظر من
هذه النقطة جميع الأشياء التي يكون وضعها معلوماً على الرسم
وطريقة عمل ذلك بالبنشبيطة أن تفرض كما في (شكل ١٤٥) ثلاث نقاط
 α و β و γ معلومة على الرسم الذي على البنشبيطة والمطلوب تعيين
وضع النقطة δ على الرسم المذكور ثم تارة يكون المشاهد ثلاث نقاط
أو اثنتان

ففي الحالة الأولى يلصق على البنشبيطة ورقة شفافة على الجزء المشتمل على
النقطة δ المقابلة للنقطة δ الأرضية وتدار العضادة لتوضع على
التوالي في اتجاهات الثلاث نقاط α و β و γ ونظائرها على البنشبيطة
فالمستقيمت $\alpha\delta$ و $\beta\delta$ و $\gamma\delta$ المرسومة على الورق الشفاف تحدد
بعضها مع بعض نظائر الزوايا التي تحددها المستقيمت $\alpha\beta$ و $\beta\gamma$ و $\gamma\alpha$
الأرضية فإذا تم ذلك نزع هذه الورقة وتوضع على الرسم بحيث لا تنكش
وتكون المستقيمت $\alpha\delta$ و $\beta\delta$ و $\gamma\delta$ مارة على التناظر بالنقطة
 α و β و γ المجمولة على هذا الرسم فإذا حصل ذلك فإن النقطة δ

يكون وضعها بالنسبة للنقط الأخرى $ا و ب و س$ كنسبة نقطة $د$ الأرضية إلى $ا و ب و س$ الأرضية فيلزم حينئذ بيان النقطة $د$ على الرسم المطلوب

فإذا لم يكن هنالك ورق شفاف فارسم على $ا ب و س$ المقروطين وترى قوسى الدائرتين وهما $ا د و ب د$ اللذان يمكن ان يرسم عليهما الزاويتان $ا د و ب د$ المرصودتان انظر بند (٩٦) وهذان القوسان يتقاطعان فى النقطة $د$ التى هى النقطة المطلوبة وتحديد هذه النقطة بهذه الطريقة احسن من تحديدها بالطريقة السابقة خصوصا اذا كان قوسا الدائرتين التى تكون تلك النقطة عبارة عن تقاطعهما لا يتقاطعان مع كثير من الميل لكن فى صورة ما اذا كانت النقط الأربع $ا و ب و س و د$ واقعة على محيط واحد لا يمكن ان يحصل هذا التحديد بواسطة النقط $ا و ب و س$ فقط لان هذين القوسين يتحدان معا فينتزىلزم لاجل التحديد ان تعتبر نقطتان من النقط $ا و ب و س$ مع نقطة رابعة معلومة

ولا يخفى ان هذه العملية نافعة جدا فى ان يبين بها فى اقرب زمن على خريطة عسكرية قليلة التفصيل الاوضاع المختلفة التى يشغلها جيش من الجيوش

وفى الحالة الثانية يفرض انه من نقطة الوضع $د$ لاترى الا النقطتان $ا و ب$ المعلومتان على الرسم فى $ا و ب$ وان المطلوب تحديد وضع النقطة $د$ اذا علم على البلنشيطة اتجاه المستقيم $ا ب$ بالنسبة لخط دائرة نصف النهار المغناطيسية

فلاجل ذلك توجه البلنشيطة الى جهة خط نصف النهار بواسطة البوصلة انظر بند (١٨٦) ثم تحرر العضادة بالتوالى على النقطتين $ا و ب$ يجعل المسطرة تمر على النقطتين المتقابلتين $ا و ب$ من الرسم فالنقطة المطلوبة وهى $د$ تكون تقاطع الشعاعين $ا د و ب د$ بشرط ان يكون انحراف الابرة المغناطيسية ثابتا على حالة واحدة وهذا واضح ولكن بسبب قبولها

للتغير

للتغير يندر ان يكون هذا العمل مع سهولته كأحد العاملين السابقين في الصنعة وهذا هو عمله ككون المهندسين لا يستعملون في مثل هذه الصورة الآلة الانحرافية الانادرا

*** (اخذ صورة الرسم بالبوصله) ***

(١٩٠) البوصله وان كانت لم تصل الى درجة كمال هي التي تقيد المهندس منافع اعظم من غيرها اذا اراد ان ياخذ بها في اقرب زمن رسم جميع الاشياء المعدة لتقييم الاجزاء الصغيرة المرسومة بالبنشيطه او اراد معرفة الاوضاع المختارة للاعداء في الحرب

وهذه الآلة مركبة مثل الآلة الانحرافية من ابرة مغناطيسية موضوعة وضعافا قويا على سهم دقيق جدا ومظروفة في علبة مربعة في قاعدتها من الداخل دائرة من معدن منقسمة الى ٢٦٠ درجة او الى ٤٠٠ درجة ولا بأس ايضا ان تنقسم الى انصاف درجات وفي قاعدة العلبة من الداخل خطوط الجهات الاربع الاصلية وخط الشمال الجنوبي المرقوم عليه من ٠ الى ١٨٠ او الى ٢٠٠ درجة يكون موازيا لاحد اضلاع العلبة * وملصوق على احد الضلعين الموازيين لخط الشمال الجنوبي مسطرة ذات عضادة او ذات نظارة يمكن بها اخذ كل ميل ممكن بالنسبة للافق بتحريكها في مستو وعمود على مستوى الحافة المرسوم عليه الدرجات والبوصله تكون متحركة على ركبة متعشقة متصلة بسبيبة ويمكن فصلها من العلبة لاستعمالها مثل الآلة الانحرافية

واذا رصدنا بالبوصله لزم ان يكون وضعها افقيا وان يكون توجه النظر دائما الى جهة واحدة لمنع الخطا بمعنى انك توجه دائما المسطرة على يسارها او على يمينها ثم بعد ذلك تعد الدرجات المئينية على التوالي من ٠ الى ٤٠٠ درجة ولا يخفى انه عند النظر في داخل المسطرة ينبغي ان تجعل المنظر هو الثقب الصغير الذي في طرفها وتجعل مقابل المنظر اللسان المقابل واغلب البوصلات القديمة منفرجة من جهتي خط الشمال الجنوبي من ٠ الى

٣٦٠١ درجة فينتد يلزم ان يبين على المسودة ككون الزاوية المرصودة في شرق او غرب خط الشمال الجنوبي من البوصلة وهذا الامر لازم جدا بحيث ان عمل التبييض لا يمكن بدونه فينتد مذهب التقسيم المئيني هو المختار

ولا حاجة هنا لتطويل الكلام على البوصلة لان جميع ما تقدم يطابق ما هنا ولكن لاجل ان يميز في بعض الاشياء النسبة بين هذه الآلة والبوصلة المتوجّهة بواسطة الآلة الانحرافية يلزم ان نحل ثانياً القضيتين العمليتين السابقتين فنقول

(١٩١) طريقة اخذ رسم المضلع ا ب س د ي ف الذي جميع نقطه يمكن الوصول اليها كما في (شكل ١٤٦)

ان تضع البوصلة وضعاً افقياً في النقطة ا وتديرها على سهمها حتى تكون النقطة ب مقابلة للغرض والمحور النظارة فالابرة بعد حركتها الاضطرابية تتجه الى الجهة الشمالية فينتد اذا عدنا على مقتضى الترتيب الطبيعي لغير التقسيم الدرجات الستينية او المئينية الداخلة بالابتداء من الخط ا ب الشعاعي او قلنا والمعنى واحد من . من خط الشمال الجنوبي الى الطرف الشمالي من الابرة تحصل معناه قياس الزاوية الحادثة من اتجاه ا ب وخط نصف النهار المغناطيسي

ومتى كانت مقادير الزوايا المأخوذة على الارض ليست منقولة حالاً بواسطة المقياس والمنقلة المذكورين في بند (١٠١) و (١١٥) فانه يعمل مسودة الرسم الذي عليه يكتب جميع هذه المقادير ولكن في بعض الاحيان لدفع الاختلاط تقيّد الزوايا المرصودة في نقطة واحدة في جهة واحدة وتوضع حينئذ حروف او غر لاجل المراجعة عند التبييض فنفرض ان ا ب س الخ هي المسودة المذكورة فنكتب حينئذ في النقطة ا عدد الدرجات المئينية الموجودة في الوضع ا ونفرض ان الخط ا ب من المسودة عبارة عن الخط ا ب الارضي ويكتب ايضا على الخط ا ب

عدد الامتار الداخلة في ab وكذلك توضع البوصلة وضعا اقربا في النقطة b ويرصد ميل المستقيم bs مع الاهتمام بان يكتب هذا الميل في النقطة s من المسودة وهكذا يستمر على هذه الطريقة الى ان ترجع الى الوضع الاول a

واحدى الطرق التي يختبر بها صحة قياس الزوايا وعدمها هي ان تنظر هل الزوايا الداخلة من المضلع يصنع مجموعها من الزاويتين القائمتين بقدر عدة اضلاعه الاثني عشر ام لا انظر بند (٤٤) لكن كيف تعرف كل واحدة من هذه الزوايا حيث لم تكن مرصودة حالا وجواب ذلك سهل وهو ان اتجاهات الابر المغناطيسية حيث كانت مفروضة متوازية بالنسبة لجميع نقط الرسم تكون الزاوية as مثلا مساوية للزاوية sh $as + sh = ٤٠$ درجة مئانية $as = ٤٠ - ٣٥٥ = ٤٥$ درجة مئانية و $sh = ٣٥٩ - ٢٠٠ = ١٥٩$ درجات مئانية فاذن $as = ٤٥ + ١٥٩ = ٢٠٤$ درجة مئانية وهكذا الزوايا الاخرى

واما امتحان صحة الاضلاع فانه لا يمكن الا بعمل المضلع بواسطة المنقلة ومقياس الرسم فينظر حينئذ هل الشكل يتقفل ام لا ولاجل تجيز هذا العمل بالسهولة الطرق واصحها يرسم على الورقة عدة عظيمة من الخطوط المتوازية التي تكون عبارة عن اتجاهات الابر المغناطيسية وتستعمل في تعيين وضع المنقلة في سائر نقط الرسم على اختلافها

والطريقة السابقة تستعمل مع النجاح في اخذ رسم مجارى الانهر وانعطافات الطرق ودوائر الاملاك الصغيرة وبجملته بيوت مستقلة وبالجملته فهي تستعمل لرسم جميع التفاصيل الدقيقة التي لا يمكن رسمها الا بالبلنشيطة مع الصعوبة والبطء ولكن كل ما رسم بالنظر او بواسطة البوصلة يلزم حالا ان يتقل على البلنشيطة تفاصيله التي تحصلت لمعرفة حقيقة شكل الارض التي لم تزل نصب العين او التي اثرها باق في البال على اصله بل يلزم ايضا في كل ليلة تسويد

فارسم على البليت شريطة بحبر الشين لثلاثين مرسماً أولاً
(١٩٢) حيث ان جميع خطوط انصاف النهار المغناطيسية يمكن اعتبارها
متوازية في مسافة صغيرة ينتج انه ليس من الضروري ان تعمل اوضاع في رأس
كل زاوية من زوايا المضلع المطلوب اخذ رسمه * فانه يمكن ان يستغنى عن
الرصد في ب لانا اذا عرفنا ميل ب س على خط نصف النهار ج ش
تحصل معنا ميل هذا المضلع بالنسبة لخط نصف نهار ب وذلك لان الزوايا
الداخلية من جهة واحدة حيث ان كل زاوية منها متممة للآخرى كما في بند
(٢٩) فعدة الدرجات المتناسبة الموجودة في النقطة س تختلف عما تحصل
في النقطة ب بقدر ٢٠٠ درجة متساوية فحينئذ متى اردنا عند عمل
الشكل ان نحدد في النقطة س الاتجاه س س بواسطة الرصد الواقع في
س لزم ان نأخذ على المنقلة النمرة المقابلة بالمقاطرة للنقطة الموجودة في س
وبهذه الطريقة تصير عدة الاوضاع قليلة

وينتج ايضا من الخاصية المذكورة انه يمكن ان يرسم من نقطة ايا كانت
مثل ب خط مواز للخط اس ولاجل ذلك يرصد في ا ميل الخط اس
ثم توضع البوصلة في النقطة ب مثل وضعها في النقطة ا فحينئذ المسطرة
ب خ تكون موازية للخط اس ويعلم ايضا كيف يصنع الانسان في اخراج
عمود على خط من نقطة مفروضة عليه او خارجة عنه

(١٩٣) اذا فرضنا ان النقطتين ا و ب من الارض هما ا و ب
على الخريطة وعلمنا اتجاه الابرة المغناطيسية بالنسبة للمستقيم ا ب فكيف
نحدد على الخريطة النقطة ق

وطريق ذلك ان نقيس في ق ميل الشعاعين ق ا و ق ب النظيرين
بالنسبة لخط نصف النهار المغناطيسي ونرسم على ا ب من الخريطة بواسطة
المنقلة خطوط انصاف نهار ح ش و ح ش الخ فاذا تم هذا و اردنا ان نعين
ميل ا ق بالنسبة للخط ح ش المار بالنقطة ا اخذنا كما تقدم النمرة
المقابلة بالمقاطرة للنمرة الموجودة في ق ومثل ذلك نفعل بالنسبة للخط و ب

فالتقاطع

فالتقاطع \cap الهذين الخطين يكون هو النقطة المطلوبة
 فإذا كان المعلوم أكثر من نقطتين فالمناسب لامتحان العملية أن ترسم أشعة
 أخرى نظرية على الخريطة فهذه الأشعة الجديدة تمر أيضا بالنقطة \cap أن لم
 يحصل خطأ في العمل الأول أو في غيره من الأعمال
 وهذه الطريقة تجري كغيرها في الرسم المعلوم منه بعض نقط كرؤس
 الجبال والارتفاعات الأرضية ومبدء الانحدارات ونهايتها وغير ذلك
 لكن هذه التحديدات الهندسية لا تكفي بل يلزم أيضا لأجل معرفة اختلاف
 أشكال الأرض أن يعلم بخطوط لطيفة بالريشة اتجاه خطوط أكبر الانحدارات
 يعني المنحنيات التي ترسمها المياه وجميع الأجسام الثقيلة على سطوح الجبال
 والسهول المائية أو يعلم بخطوط متواصلة الطبقات الأفقية المتساوية الأبعاد
 أو منحنيات التسوية المحدودة بعملية التسوية والتي بمقتضاها يمكن أن
 يتصور الإنسان على وجه موافق للطبع جميع عوارض الأرض وبالجمله
 فالمناسب أن يرسم مع اللطف والنظافة على وفق اصول رسم التقليد طبق
 الاصطلاحات السائرة جميع ما يلزم في تركيب خريطة طوبوغرافية
 معلومة النفع

* (أخذ رسم الأماكن بدائرة المساح) *

(١٩٤) دائرة المساح يصعب العمل بها غالباً في أخذ صورة أرض
 كثيرة التضاريس والعوارض ويمكن استعمالها في أرض سهلة ليس بها
 هذه الموانع

وهذه الآلة في العادة دائرة من نحاس طول نصف قطرها من تسع
 سنتمترات إلى عشرين أجزاء من مائة من المتر ومنقسمة إلى أربعة أجزاء متساوية
 بخطين متقاطعين على زوايا قائمة وقائم على نهايتها أربع هدفات أعمدة على
 حافتها ومثبتة أو ممسوكة يبرم وهذه الدائرة مركبة مثل البوصلة على ساق
 ذي ثلاثة أرجل ويرصدها كما يرصد بمساطر البلنشيطات ومن اللازم جداً
 أن الهدفات الأربع تكون كلها أعمدة على الأفق عند العمل لأنه بدون ذلك

يفسد اتجاه المستقيم الذي يرسم على الأرض المنحدرة في اتجاه الهدفتين المائتين كما هو ظاهر لمن اراد ان يتحقق ذلك

ففي اردنا ان نأخذ صورة قطعة أرض بالدائرة المذكورة فالتأخر في داخلها على طولها مستقيماً يسمى قاعدة أو خط التحرير وتنزل من جميع زوايا محيطها أعمدة على هذه القاعدة ونقيس هذه الأعمدة بالجنزير أو بضعف المتر أو بالخطوة ان لم يكن الغرض الارض يرسم تقريباً ويقاس بهذه الطريقة بجميع اجزاء القاعدة وينتج من هذا ان قطعة الأرض تنحل الى مثلثات واشباه منحرفات ومستطيلات وأنه يمكن بالسهولة تقدير مساحتها السطحية وعمل التبييض بالطريقة المذكورة في غمرة (١٠٠)

فاذا كان الغرض قياس قطعة أرض لا يمكن الوصول الى داخلها لكن محيطها خال من الموانع فإنه يرسم عليه مثلث أو مستطيل أي مضلع ذو زوايا قائمة أو شبه منحرف أو أي مضلع

ولنذكر طريقة العمل بالدائرة في استخراج موقع العمود الذي تريد تنزله على خط فنقول * لاجل تعيين النقطة د التي هي موقع العمود النازل من رأس الزاوية ب على قاعدة اس كما في (شكل ١٤٨) تضع مركز الآلة قريبا من د بتوجيه هدفتي الآلة المتقابلتين على استقامة الخط اس وتظهر النقطة ب توجد في اتجاه الهدفتين الاخرين ام لا لكن هذه النقطة قد تكون في يسار هذا الاتجاه او في يمينه ما لم يكن هنالك مانع فاذا كانت في اليسار مثلاً فان الآلة تؤخر بالقدر المناسب الى النقطة ا وبعد الامتحان ثانياً بنكرير هذه العملية مرارا حتى يمر شعاع الهدفتين بالنقطة ب فبعد عدة مرات يوجد مركز الآلة في النقطة د

(١٩٥) لا حاجة للكلام على اخذ الرسم بالنظر لانه لا يمكن استكساب معرفته الا باستعمال الآلة المتقدمة ويتأكد لمن الزم بكشف عسكري سريعا ان تعلم اخذ رسم الأرض بواسطة النظر وان يبرع في اصول صناعة الحرب ليصور على الخريطة الاشياء التي يريد رئيس العسكر معرفتها لتحقيق

النجاح

النجاح لجيشه او لحفظه من هجوم الاعداء عليه

* (الفصل الثالث) *

في نبذة مختصرة في بعض طرق رسمية مستعملة في نقل الرسوم
ونقلها بقياس مختصر

(١٩٦) اذا فرضنا انه يلزم نقل رسم مع بقاء مقاديره فانه يرسم مربع
في الدائر ثم تحدد بالتقاطعات اوضاع النقاط الاصلية كما في غرة
(٨٥) يعني اثنان عمل على النسخة المطلوب نقلها مثلثات مساوية للمثلثات
التي تتوهم او التي ترسم بقلم الرصاص على النسخة الاصلية ثم بعد ذلك لاجل
رسم خطوط منحنية نستعمل طريقة غرة (١٨٤) فاذا كان سماعدة
خطوط مستقيمة فانه يمكن ايضا تعيين اوضاعها بتوهم انها متمسكة
الى خطوط محيط المربع وبذلك تعلم على النسخة الجديدة نقط تقاطع هذه
الخطوط بعينها

وعوضا عن استعمال هذه الطريقة التي هي طويلة جدا خصوصا اذا كان
الرسم مشتملا على كثير من التفاصيل نضع على الرسم لوحا من زجاج ملاصقا له
ان امكن ذلك او نضع عليه ورقة شفافة او مزيقة ثم ننقل على فرخ من ورق
الفلينك ولكن مع المحافظة على ان نصحح بقلم الرصاص اجزاء الرسم الثاني الذي
يمكن ان تحتل بهذا العمل الثاني لكن اذا كانت الخطوط المرسومة بحبر الشين
على الورق الشفاف لا تظهر ظهورا كافيا من خلف النسخة فائسنا نأخذ من
ناعم معدن الرصاص ونذلك به وجهها من الورق الشفاف ويكون ذلك الوجه
مقابلا للوجه الذي عليه الرسم ويثبت هذا الناعم بذلك الخفيف بقطعة ورق
او بخرقة صغيرة ثم نفرش على الورق المعدل للرسم الفرخ المهيأ بهذه الكيفية
ويكون الوجه المدلوك بالرصاص ملاصقا للورق ثم تتبع بقلم النقل جميع
خطوط النسخة الاولى مع الاتكاء الكافي بحيث يمكن ان يتعلق معدن
الرصاص على الورق الفلنكي وبهذه الطريقة يحصل معنا على وجه النسخة
ثاني نقل من النسخة الاصلية وهذا العمل يسمى نقل الرسم

ونفرض على العموم ان نسبة خطوط النسخة الجديدة لخطوط الاصل كنسبة م : ن كما في (شكل ١٤٩) فنفرض ان الاصل ا ب س د ونرسم عليه عدة مستطيلات كثيرة من المربعات الصغيرة مع الدقة بقلم الرصاص ثم نرسم مستطيلا ا ب س د مشابها للاول بحيث تكون نسبة ا ب : ا - :: ا س : ا م :: م : ن كما انظر بند (٩٧) ثم بعد ذلك نرسم في كل مربع صغير من المستطيل ا ب س د جميع الاشياء الموجودة في المربعات المناظرة لها من الاصل ولاجل ذلك يمكن استعمال طريقة التقاطعات بان نحول جميع الابعاد الماخوذة على الاصل بشرط ان تكون على نسبة م : ن كما في (شكل ١٥٠) ولاجل عمل هذه التحويلات نستعمل عادة الزاوية المحولة فنفرض مثلا ان المثلث ا د ع متساوي الساقين وان ا د = ا ع = م ثم د ع = ن فحينئذ اذا كان ا ب المساوي ا س خطا ايا كان من الاصل فان مختصره المحول يكون عبارة عن الخط ا س ويمكن ايضا ان تنقل جميع النقط الداخلة في كل مربع على حسب ابعادها عن ضلعين من اضلاع هذا المربع فاذا كان الاصل نقيسا جدا لا يراد ان يرسم عليه المربع ا ب س د لزم لاجل حفظه تغطيته بورقة مدهونة او بمرآة يرسم عليها هذا المربع

فاذا كانت نسبة سطحي الشكلين كنسبة ط : ق كانت حينئذ مربعات اضلاعهما المتناظرة مناسبة لهذين السطحين فاذا اشرنا بالحرف ا لاحد خطوط الاصل وبالحرف ا للخط المناظر له من النسخة الجديدة فحصل

$$\left[\frac{ا}{ط} \right] = \frac{ا}{ق} \text{ ومنه ينتج ان } ا : ا :: ا : ا \text{ ومنه ينتج ان } ا : ا :: ا : ا \text{ ومنه ينتج ان } ا : ا :: ا : ا$$

وسطا متناسباين ا و $\frac{ا}{ط}$

وهالك عملا هندسيا يحل هذه المسئلة الاخيرة

وهو ان ترسم على ا ب كما في (شكل ١٥١) باعتباره قطرا مساويا ط + ق نصف محيط ومن النهاية ق من جزء ا ف = ط تقيم ق د

عمودا

عمودا على ا ب ثم ترسم مستقيمين د ا ش و د ر ك غير محدودين
فيثبت ذيقال حيث كان مربع الوزين ا د و د ر ك على نسبة كالتسوية
الواقعة بين الجزئين ا ف و ر ف او كنسبة ط : و انظر بند
(٥٤) كان من المعلوم اننا اذا اخذنا الخط د ش مساويا لخط ا ب كان من
الاصل ورسمنا من النقطة ش الخط ش ك موازيا ا ب كان المستقيم
د ك هو الخط المناظر من النسخة الجديدة

والاسهل من ذلك ايضا ان تعمل اولامقياس النسخة الجديدة وتستخدمه
في التفاصيل الصغيرة لتحويل الابعاد الماخوذة على الاصل كما في بند (١٠١)
وهذا العمل سهل للرسوم المتعلقة بالمصالح العامة بسبب ان مقاييسها على
نسبة معينة لكن حينئذ لا يمكن في الاغلب ان يقع تحويل الرسوم منفردة
الا اذا كان المراد جمعها حين تكون عبارة عن اشياء قابلة للالتصام مثل
تفاصيل الدواليب والآلات والتفاصيل التي تكون منها خرطة بلدة
مرسومة على عدة اوراق بمقتضى مقاييس مختلفة

وهذه الطرق المختلفة في نقل الرسوم وتحويلها وان كانت سهلة في حد ذاتها
الا انها غير مستعملة في الخطوط التي محيطاتها كثيرة الانعطافات وتفاصيلها
كثيرة اما لكثرة الاعمال التي تقتضيها واما لطول الزمن الذي يلزم لها لاجل
تحصيل ما يمكن من الصحة ولذلك يستعمل في مثل هذه الصورة آلة البنتوغراف
التي وظيفتها ان ينسخ بها مع السرعة كل نوع من انواع الرسم لكن لاجل ان
تكون هذه النسخ موثوقة بالكلية يلزم ان تكون هذه البنتوغرافة محررة
تحريرا صحيحا ويستعملها الانسان مع الاحتياط والخفة

وقد تم تحرير هذا المختصر وتصحيحه * ومقابلته على أصله وتنقيحه * وإزالة
ما كان في الأصل من اللغيمات * والعدول عما فيه من سخياف الاصطلاحات *
على يد بعض خوجات مدرسة مهند خانة الخديوية * جعلها الله عامرة أهله
بهم * تحت نظارة من ناداه السعد بليك * حضرة الأمير علي
بيك * وكان تمام طبعه بمطبعة هذه المدرسة * التي هي على
أساطين المعارف مؤسسه * في أوائل ربيع الآخر
الذي هو من شهر سنة ١٢٧٠ هـ من هجرة
من له العز والشرف صلى الله
وسلم عليه وعلى آله
وصحبه وسلم
أمين

